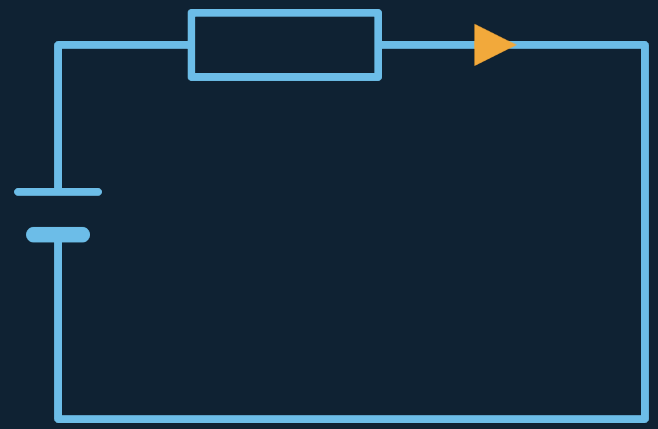
ELEKTRIČNA KOLA · I GODINA

Jednosmerne struje



Naelektrisanje, napon, otpornost, Omov i Kirhofovi zakoni i analiza kola

Računarske i komunikacione tehnologije

PREGLED

Plan predavanja

1

Atomska gra đa i zonski model

2

Kinetika elektrona

3

Struja, napon i elektri čno kolo

4

Otpornost i provodnost

5

Veze otpornika

6

Kirhofovi zakoni

7

Rad, snaga i D žulovi gubici

8

Analiza kola i primena

ATOMSKA GRA ĐA

Građa atoma

- Atom se sastoji od jezgra (protoni i neutroni) i elektronskog omotača.
- Atom je u celini električno neutralan: broj protona jednak je broju elektrona.
- Redni broj elementa Z jednak je broju protona u jezgru.
- Skoro celokupna masa atoma je u jezgru, jer je proton oko 1836 puta teži od elektrona.

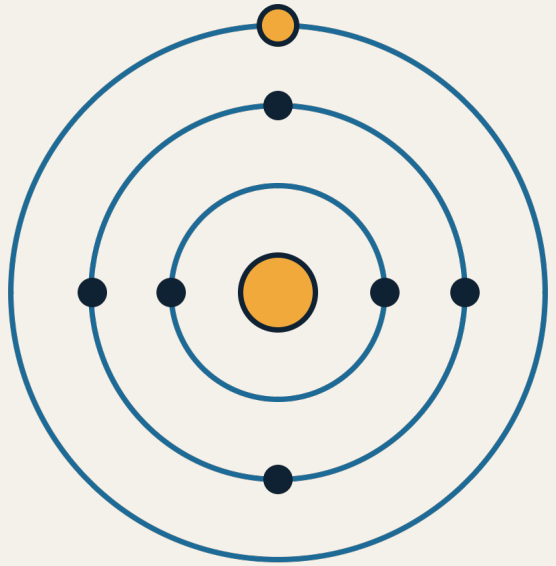
Čestica	Naelektrisanje	Masa (kg)
Proton	$+e$	$1{,}673 \cdot 10^{-27}$
Neutron	0	$1{,}675 \cdot 10^{-27}$
Elektron	$-e$	$9{,}109 \cdot 10^{-31}$

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$ je elementarno naelektrisanje.

ATOMSKA GRA ĐA

Elektronski omota č i energetski nivoi

- Elektroni zauzimaju diskretne energetske nivoe (ljuske) oko jezgra, kao u Borovom modelu.
- Prelaz između nivoa zahteva apsorpciju ili emisiju tačno određene količine energije.
- Elektroni sa poslednje ljuske su valentni i određuju hemijska i električna svojstva.
- Bakar ima jedan valentni elektron, a silicijum četiri.



Valentni elektron (žuto) na spoljašnjoj ljusci.

ATOMSKA GRA ĐA

Naelektrisanje i Kulonov zakon

- Postoje dve vrste naelektrisanja: pozitivno i negativno.
- Istoimena naelektrisanja se odbijaju, a raznoimena privlače.
- Naelektrisanje je kvantovano: svako je celobrojni umnožak elementarnog naelektrisanja $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C.

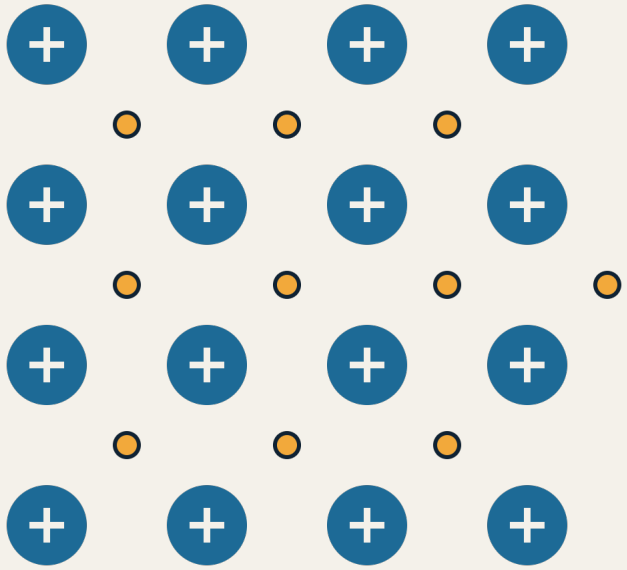
$$F = k \cdot q_1 \cdot q_2 / r^2$$

$k \approx 8{,}99 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$, naelektrisanja q u kulonima (C), rastojanje r u metrima (m).

ATOMSKA GRA ĐA

Kristalna re šetka i metalna veza

- U čvrstim telima atomi su raspoređeni u pravilnu kristalnu rešetku.
- U metalima atomi predaju valentne elektrone, koji postaju slobodni (provodni) elektroni.
- Pozitivni joni titraju oko ravnotežnih položaja, a slobodni elektroni čine „elektronski gas“.
- Zato metali dobro provode struju i toplotu.



Joni rešetke (plavo) i slobodni elektroni (žuto).

Zonski model čvrstog tela

- U kristalu se energetski nivoi atoma proširuju u energetske zone.
- Valentna zona je popunjena elektronima, a provodna zona je prazna ili delimično popunjena.
- Između njih je zabranjena zona širine Eg (u eV).
- Struju nose elektroni u provodnoj zoni i šupljine u valentnoj zoni.



Pobuđeni elektron prelazi u provodnu zonu, a u valentnoj ostaje šupljina.

ZONSKI MODEL

Provodnici, poluprovodnici i izolatori

Vrsta	Zabranjena zona	Primeri
Provodnik	$E_g \approx 0$, zone se preklapaju	bakar, srebro, aluminijum
Poluprovodnik	E_g oko 0,5–3 eV	silicijum (1,12 eV), germanijum (0,66 eV), GaAs (1,42 eV)
Izolator	E_g veće od 3 eV	dijamant (oko 5,5 eV), staklo, porcelan

$1\,eV = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J. Vrednosti E_g odnose se na sobnu temperaturu.

ZONSKI MODEL

Poluprovodnici: n -tip i p -tip

Sopstveni

Čisti silicijum: broj elektrona u provodnoj zoni jednak je broju šupljina. Provodnost raste sa temperaturom.

n-tip

Donorska primesa (npr. fosfor, 5 valentnih elektrona). Većinski nosioci su elektroni.

p-tip

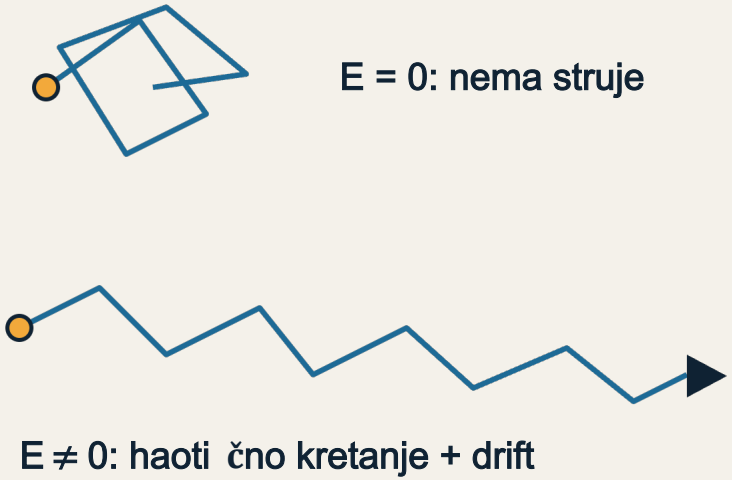
Akceptorska primesa (npr. bor, 3 valentna elektrona). Većinski nosioci su šupljine.

Dopiranjem se otpornost poluprovodnika menja za više redova veličine, što je osnova dioda i tranzistora.

KINETIKA ELEKTRONA

Slobodni elektroni i toplotno kretanje

- Slobodni elektroni se u metalu haotično kreću velikim brzinama, reda 10^5–10^6 m/s.
- Bez električnog polja srednja brzina po svim pravcima je nula, pa nema struje.
- Elektroni se stalno sudaraju sa jonima rešetke.
- U bakru je koncentracija slobodnih elektrona $n \approx 8{,}5 \cdot 10^{28}$ m^{-3}, oko jedan po atomu.



KINETIKA ELEKTRONA

Driftna brzina elektrona

$$v = I / (n \cdot e \cdot S)$$

n koncentracija slobodnih elektrona, e elementarno naelektrisanje, S presek provodnika.

Primer: bakar

Za $n = 8{,}5 \cdot 10^{28}\ m^{-3}$, $S = 1\ mm^2$ i $I = 1\ A$ dobija se driftna brzina $v \approx 0{,}073\ mm/s$.

Šta to znači

Električno polje se prostire brzinom bliskom brzini svetlosti, a sami elektroni se pomeraju vrlo sporo.

KINETIKA ELEKTRONA

Gustina struje

$$J = I / S = n \cdot e \cdot v$$

Jedinica

A/m², u praksi često A/mm². Važi 1 A/mm² = 10^6 A/m².

Prakti čna granica

U bakarnim instalacijama gustina struje je nekoliko A/mm². Veća gustina znači veće zagrevanje.

Lokalni oblik

$J = \sigma \cdot E$ je lokalni oblik Omovog zakona: gustina struje srazmerna je jačini polja.

KINETIKA ELEKTRONA

Pokretljivost i vreme relaksacije

- Između dva sudara elektron ubrzava u polju. Srednje vreme između sudara je vreme relaksacije τ.
- Driftna brzina je srazmerna jačini polja E, a koeficijent je pokretljivost μ (m²/V·s).
- Pokretljivost zavisi od mase elektrona m i vremena τ.

$$v = \mu \cdot E$$

$$\mu = e \cdot \tau / m$$

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu$$

KINETIKA ELEKTRONA

Zašto nastaje otpornost

Titranje re šetke

Toplotne vibracije jona rasejavaju elektrone. Sa porastom temperature sudara je više.

Primese i defekti

Strani atomi i greške rešetke rasejavaju elektrone, pa legure imaju veću ρ od čistih metala.

Rezultat

Kraće τ daje manju pokretljivost i veću otpornost: $\rho = m / (n \cdot e^2 \cdot \tau)$.

Energija koju elektroni predaju rešetki pri sudarima oslobađa se kao toplota (Džulov efekat).

STRUJA, NAPON I KOLO

Elektri čna struja

- Električna struja je usmereno kretanje naelektrisanih čestica, u metalima elektrona.
- Jačina struje je količina naelektrisanja koja prođe kroz presek provodnika u jedinici vremena.
- Konvencionalni smer struje je od plusa ka minusu izvora, a elektroni se kreću suprotno.
- Primeri: LED oko 10 mA, USB 2.0 port do 500 mA.

$$I = Q / t$$

Jedinica

$1\,A = 1\,C / 1\,s$

Naelektrisanje elektrona

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$

STRUJA, NAPON I KOLO

Napon i potencijal

Napon između tačaka A i B je rad po jedinici naelektrisanja pri prenosu iz A u B. Jedinica je volt: 1 V = 1 J / 1 C.

$$U = W / Q$$

Izvor

Pretvara drugi oblik energije u električnu i održava napon, odnosno elektromotornu silu E (baterija, adapter).

Potro šač

Pretvara električnu energiju u koristan rad ili toplotu (LED, motor, procesor).

Masa (GND)

Zajednička referentna tačka potencijala 0 V. Naponi se mere u odnosu na nju.

STRUJA, NAPON I KOLO

Elektri čno kolo

Grana

Deo kola kroz koji teče ista struja, sa jednim ili više redno vezanih elemenata.

Čvor

Tačka u kojoj se spajaju tri ili više grana.

Kontura

Zatvorena putanja kroz grane kola koja svaki čvor prolazi najviše jednom.

Referentni smerovi

Smer struje i polaritet napona biramo proizvoljno. Negativan rezultat znači suprotan stvarni smer.

STRUJA, NAPON I KOLO

Merenje struje i napona

Ampermetar

Vezuje se redno sa potrošačem. Ima malu unutrašnju otpornost da ne menja struju u kolu.

Voltmetar

Vezuje se paralelno potrošaču. Ima veliku unutrašnju otpornost da ne opterećuje kolo.

Ommetar

Meri otpornost isključenog dela kola, jer sam šalje malu struju kroz merenu otpornost.

Instrument ne sme da menja veličinu koju meri.

OTPORNOST I PROVODNOST

Omov zakon

$$U = R \cdot I$$

Napon na otporniku srazmeran je struji koja kroz njega teče. Koeficijent srazmernosti je otpornost R, a jedinica om (Ω): 1 Ω = 1 V / 1 A.

$$I = U / R,\ R = U / I$$

Primer 1

R = 100 Ω, I = 20 mA daje U = 2 V

Primer 2

U = 5 V, R = 330 Ω daje I ≈ 15,2 mA

Primer 3

U = 9 V, I = 30 mA daje R = 300 Ω

OTPORNOST I PROVODNOST

Specifi čna otpornost i provodnost

Otpornost R

$R = \rho \cdot l / S$

Raste sa dužinom l i specifičnom otpornošću ρ (Ω·m), a opada sa presekom S.

Provodnost G

$G = 1 / R$

Jedinica je simens (S): 1 S = 1 / Ω. Veća provodnost znači lakše proticanje struje.

Materijal: ρ i σ

$\sigma = 1 / \rho$

Specifična provodnost σ ima jedinicu S/m. Veza sa kinetikom: $\sigma = n \cdot e \cdot \mu$.

Veći presek i kraća dužina smanjuju otpornost provodnika.

OTPORNOST I PROVODNOST

Otpornost i provodnost materijala

Materijal	ρ ($\Omega\cdot$m)	σ (MS/m)
Srebro	$1{,}59 \cdot 10^{-8}$	62,9
Bakar	$1{,}68 \cdot 10^{-8}$	59,5
Zlato	$2{,}44 \cdot 10^{-8}$	41,0
Aluminijum	$2{,}65 \cdot 10^{-8}$	37,7
Volfram	$5{,}6 \cdot 10^{-8}$	17,9
Gvožđe	$9{,}7 \cdot 10^{-8}$	10,3
Nihrom	$1{,}1 \cdot 10^{-6}$	0,91

Približne vrednosti na 20 °C. 1 MS/m = 10^6 S/m.

OTPORNOST I PROVODNOST

Zavisnost otpornosti od temperature

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

Metali

$\alpha > 0$: otpornost raste sa temperaturom, jer je sudara sa rešetkom više. Za bakar $\alpha \approx 0{,}0039\ 1/K$.

Poluprovodnici

$\alpha < 0$: sa temperaturom se stvara više nosilaca, pa otpornost opada (NTC termistori).

Primena

Otporni termometri: Pt100 ima 100 Ω na 0 °C i otpornost raste sa temperaturom.

Primeri: otpornost provodnika

Bakarni provodnik

$l = 100\ \text{m}$, $S = 1{,}5\ \text{mm}^2$, $\rho = 1{,}68 \cdot 10^{-8}\ \Omega\cdot\text{m}$

$$R = \rho \cdot l / S \approx 1{,}12\,\Omega$$

Promena temperature

$R_0 = 10\ \Omega$ na $20\ °\text{C}$, $\alpha = 0{,}0039\ 1/\text{K}$, $\Delta\theta = 50\ \text{K}$

$$R \approx 11{,}95\,\Omega$$

Zagrevanje od 50 K povećava otpornost bakra za oko 20 %.

OTPORNOST I PROVODNOST

Otpornici u praksi

Vrste

Ugljenični, metal-film, žičani i SMD otpornici. Postoje i promenljivi (potenciometri) i termistori.

Parametri

Nazivna otpornost, tolerancija (najčešće 1 % ili 5 %) i nazivna snaga (npr. ¼ W).

E12 serija

10, 12, 15, 18, 22, 27, 33, 39, 47, 56, 68, 82, pomnoženo sa 10^n.

Pri izboru otpornika proverava se i otpornost i snaga koju će disipirati.

VEZE OTPORNIKA

Redna veza otpornika

Struja

$I_1 = I_2 = I_3 = I$

Naponi

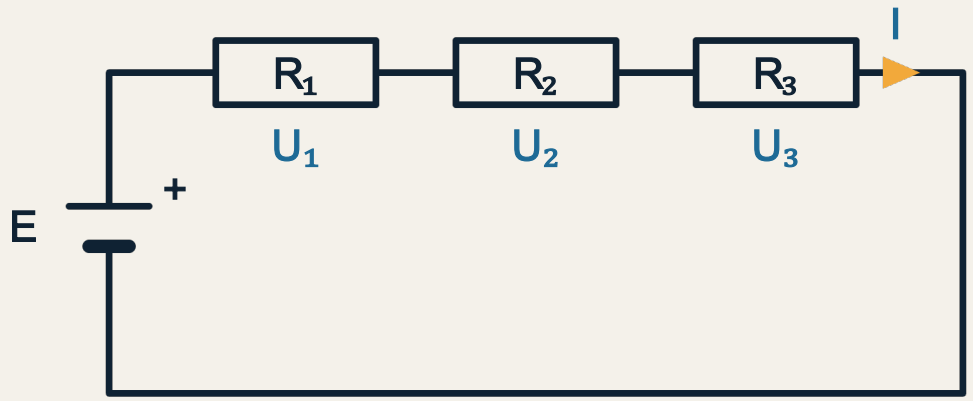
$U = U_1 + U_2 + U_3$

Ekvivalentna otpornost

$R_{ekv} = R_1 + R_2 + R_3$

Razdelnik napona

$U_2 = U \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$



Rekv je veća od svakog pojedinačnog otpornika.

VEZE OTPORNIKA

Razdelnik napona

$$U_2 = U \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Primer

U = 12 V, R_1 = 1 kΩ, R_2 = 3 kΩ daje U_2 = 9 V i U_1 = 3 V.

Primena

Prilagođenje naponskog nivoa signala i očitavanje senzora na ulazu AD konvertora.

Optere ćenje

Potrošač vezan paralelno sa R_2 smanjuje izlazni napon, pa R_2 treba da je mnogo manja od otpornosti potrošača.

Paralelna veza otpornika

Napon

$U_1 = U_2 = U_3 = U$

Struje

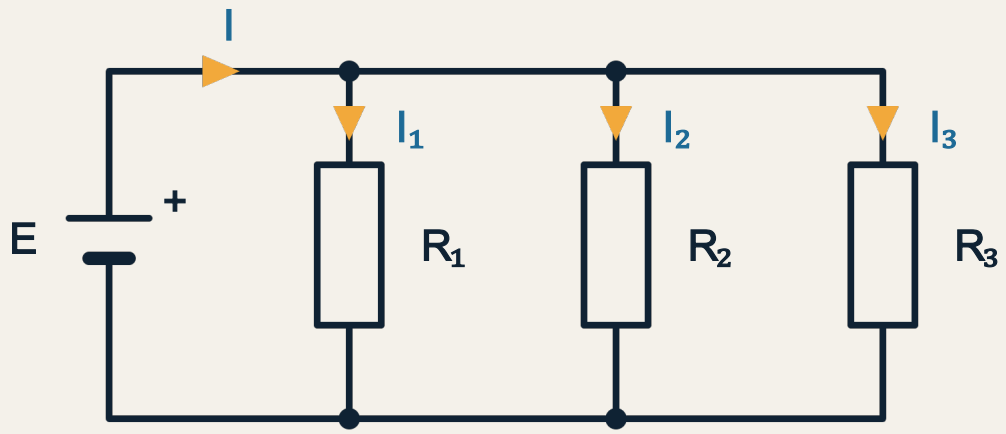
$I = I_1 + I_2 + I_3$

Ekvivalentna otpornost

$1/Rekv = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$

Dva otpornika

$Rekv = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$



Rekv je manja od najmanjeg otpornika u vezi.

VEZE OTPORNIKA

Razdelnik struje

$$I_1 = I \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$$

Primer

$I = 30$ mA, $R_1 = 100\ \Omega$, $R_2 = 200\ \Omega$ daje $I_1 = 20$ mA i $I_2 = 10$ mA.

Pravilo

Veća struja teče kroz manji otpornik, odnosno kroz veću provodnost: $G = 1 / R$.

Provera

Zbir grana mora dati ukupnu struju: $I_1 + I_2 = I$ (prvi Kirhofov zakon).

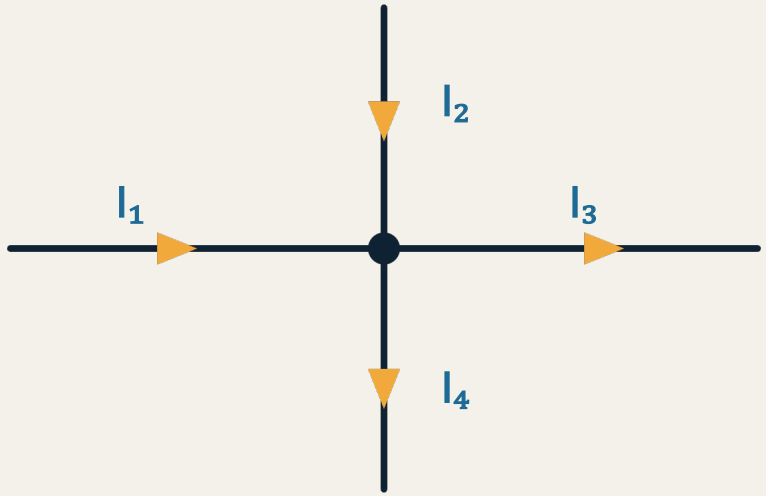
KIRHOFOVI ZAKONI

Prvi Kirhofov zakon

- Zbir struja koje ulaze u čvor jednak je zbiru struja koje izlaze iz njega.
- Razlog: naelektrisanje se ne gomila u čvoru (zakon održanja naelektrisanja).

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

Ako ulazne struje računamo sa +, a izlazne sa −, onda je $\Sigma I = 0$.



KIRHOFOVI ZAKONI

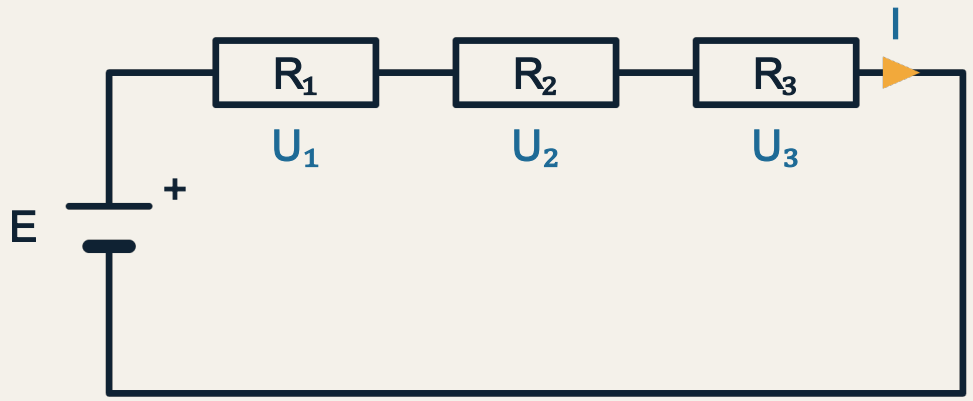
Drugi Kirhofov zakon

- Algebarski zbir napona duž zatvorene konture jednak je nuli.

Postupak

1. Izaberi smer obilaska konture.
2. Napone u smeru obilaska piši sa +, a suprotno sa −.
3. Napiši $\Sigma U = 0$ i reši jednačinu.

$$E - U_1 - U_2 - U_3 = 0$$



Kontura: izvor E i otpornici R_1, R_2, R_3.

KIRHOFOVI ZAKONI

Primeri primene Kirhofovih zakona

Čvor

U čvor ulaze struje 5 mA i 3 mA, a izlaze 6 mA i I_4.

$$I_4 = 5 + 3 - 6 = 2\ \text{mA}$$

Kontura

$E = 10$ V, $U_1 = 3$ V i $U_2 = 2$ V u konturi sa trećim otpornikom.

$$U_3 = E - U_1 - U_2 = 5\ \text{V}$$

Rezultat se proverava drugim zakonom ili bilansom snaga.

Rad i energija elektri čne struje

$$W = U \cdot Q = U \cdot I \cdot t$$

Jedinice

Džul (J), vatčas (Wh) i kilovatčas (kWh). 1 Wh = 3600 J, 1 kWh = 3,6 MJ.

Primer

Grejač od 1 kW radi 2 h: W = 2 kWh = 7,2 MJ.

Smisao

Napon je rad po jedinici naelektrisanja, pa pri prolasku naelektrisanja Q izvršen rad je W = Q · U.

Elektri čna snaga

Snaga

$$P = U \cdot I$$

Jedinica je vat (W): 1 W = 1 V · 1 A. Ekvivalentno: $P = R \cdot I^2 = U^2 / R$.

Energija

$$W = P \cdot t$$

Rad je snaga pomnožena vremenom. 1 kWh = 3,6 MJ.

Prakti čan primer

$$I = \sqrt{(P / R)}$$

Otpornik 330 Ω, ¼ W: najveća struja ≈ 27,5 mA. Višak snage postaje toplota.

Snaga koju daje izvor jednaka je zbiru snaga svih potrošača (bilans snaga).

Džulov zakon i toplotni gubici

$$Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

Uzrok

Elektroni pri sudarima predaju energiju jonima rešetke, pa se ona pretvara u toplotu.

Posledica

Provodnik se zagreva. Snaga gubitaka $P = I^2 \cdot R$ raste sa kvadratom struje.

Dobro i lo še

Korisno kod grejača, osigurača i sijalice sa vlaknom. Neželjeno u kablovima i elektronici.

Gubici u provodniku: primer

Zadato

Bakarni provodnik dužine 100 m, preseka 1,5 mm² ($R \approx 1{,}12\ \Omega$), kroz koji teče struja $I = 10$ A.

Rezultat

Pad napona $\Delta U = I \cdot R \approx 11{,}2$ V.

$$\Delta P = I^2 \cdot R \approx 112\ \text{W}$$

Dvostruko veća struja daje četiri puta veće gubitke, zato se za veće struje biraju veći preseci.

Prenos energije i visoki napon

Napon	Struja za 10 kW	Gubici u vodu od 1 Ω
230 V	43,5 A	oko 1,89 kW
2,3 kV	4,35 A	oko 18,9 W
23 kV	0,435 A	oko 0,19 W

Za istu snagu $P = U \cdot I$ viši napon znači manju struju, a gubici $\Delta P = I^2 \cdot R$ opadaju sa kvadratom struje.

Stepen iskori šćenja

$$\eta = P_{kor} / P_{izv} = P_{kor} / (P_{kor} + P_{gub})$$

Definicija

Odnos korisne snage i snage koju daje izvor. Uvek je $\eta < 1$, odnosno ispod 100 %.

Realni izvor

Sa unutrašnjom otpornošću r i potrošačem R važi $\eta = R / (R + r)$. Za $R = r$ je $\eta = 50$ %.

Primer

$E = 12$ V, $r = 1\ \Omega$, $R = 11\ \Omega$ daje $\eta = 11 / 12 \approx 91{,}7$ %.

Disipacija i zagrevanje komponenti

Otpornici

Nazivna snaga (npr. ¼ W) ne sme da se prekorači. Radi pouzdanosti bira se rezerva.

Linearni regulator

P = (Uul − Uizl) · I. Za 9 V → 5 V pri 200 mA disipira 0,8 W.

Procesori

Skoro sva električna snaga postaje toplota, a hladnjak i ventilator je odvode.

$$\Delta T = P \cdot R\theta$$

Porast temperature jednak je disipiranoj snazi pomnoženoj toplotnom otpornošću Rθ (K/W).

ANALIZA KOLA

Realni naponski izvor

Stvarni izvor ima unutrašnju otpornost r, pa napon na priključcima opada sa strujom opterećenja.

$$U = E - r \cdot I$$

Prazan hod

$I = 0,\ U = E$

Bez opterećenja napon na priključcima jednak je elektromotornoj sili.

Kratak spoj

$U = 0,\ I = E / r$

Struju ograničava samo r, zato je kratak spoj opasan.

Maksimalna snaga

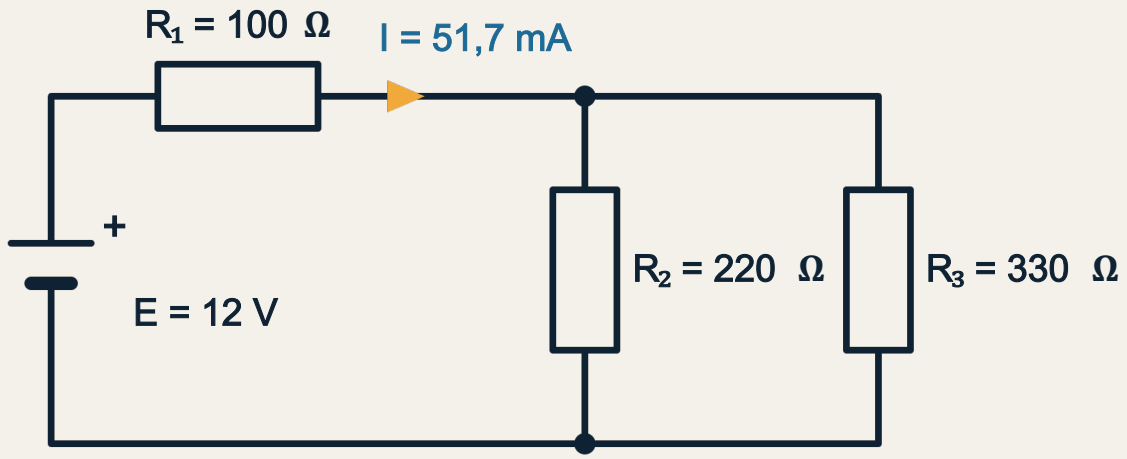
$R = r$

Potrošač prima najveću snagu kada je $R = r$: $P_{max} = E^2 / (4r)$.

PRIMER

Redno-paralelno kolo

1. $Rp = R_2 \cdot R_3 / (R_2 + R_3) = 132\ \Omega$
2. $Rukupno = R_1 + Rp = 232\ \Omega$
3. $I = E / Rukupno \approx 51{,}7\ mA$
4. $U_1 = I \cdot R_1 \approx 5{,}17\ V$, $Up = E - U_1 \approx 6{,}83\ V$
5. $I_2 = Up / R_2 \approx 31{,}0\ mA$, $I_3 = Up / R_3 \approx 20{,}7\ mA$
6. Provera: $I_2 + I_3 = I$, $P = E \cdot I \approx 0{,}62\ W$



PRIMENA

Primena u ra čunarskoj tehnici

LED i otpornik

$R = (Vcc - Vf) / I$

Npr. (5 V − 2 V) / 10 mA = 300 Ω ograničava struju kroz LED.

Razdelnik napona

$Uizl = Uul \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$

Svodi naponski nivo signala na opseg ulaza mikrokontrolera.

Pull-up otpornik

tipi čno 4,7 k Ω – 10 kΩ

Drži digitalni ulaz na poznatom logičkom nivou dok taster nije pritisnut.

Napajanje i disipacija

$P = U \cdot I$

Linearni regulator 5 V → 3,3 V pri 100 mA disipira oko 0,17 W.

REZIME

Ključne formule

OMOV ZAKON

$$U = R \cdot I$$

SNAGA I DŽULOVA TOPLOTA

$$P = U \cdot I,\ Q = I^2 \cdot R \cdot t$$

REDNA VEZA

$$R_{ekv} = R_1 + R_2 + R_3$$

PARALELNA VEZA

$$1/R_{ekv} = 1/R_1 + 1/R_2 + \dots$$

PRVI KIRHOFOV ZAKON

$\Sigma I = 0$ u čvoru

DRUGI KIRHOFOV ZAKON

$\Sigma U = 0$ u konturi

VEŽBA

Zadaci za ve žbu

1

Kroz otpornik od 470 Ω teče struja 12 mA. Odredi napon na otporniku i snagu koju on disipira.

2

Otpornici 1 kΩ, 2,2 kΩ i 4,7 kΩ redno su vezani na izvor od 9 V. Odredi struju i napon na svakom.

3

Otpornici 100 Ω i 150 Ω paralelno su vezani na 5 V. Odredi Rekv i ukupnu struju.

Rešenja proveri pomoću Kirhofovih zakona i bilansa snaga.