

## РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

### Задатак 1.

Упрошћен израз  $\left(\frac{x^2-xy}{x^2y+y^3} - \frac{2x^2}{y^3-xy^2+x^2y-x^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{y-1}{x} - \frac{y}{x^2}\right)$  има вредност једнаку:

- а)  $\frac{xy}{x^2+y^2}$  ;      б)  $\frac{x+1}{xy}$  ;      в)  $\frac{y}{x-1}$  ;      г)  $\frac{2x+1}{2}$  .

### Решење:

Уз коришћење услова:  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ,  $x \neq y$ , дати израз биће једнак:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x^2-xy}{x^2y+y^3} - \frac{2x^2}{y^3-xy^2+x^2y-x^3}\right) \cdot \left(1 - \frac{y-1}{x} - \frac{y}{x^2}\right) = \\ & = \left(\frac{x(x-y)}{y(x^2+y^2)} - \frac{2x^2}{y(x^2+y^2) - x(x^2+y^2)}\right) \cdot \frac{x^2 - x(y-1) - y}{x^2} = \\ & = \left(\frac{x(x-y)}{y(x^2+y^2)} + \frac{2x^2}{(x^2+y^2)(x-y)}\right) \cdot \frac{x^2 - xy + x - y}{x^2} = \\ & = \frac{x(x-y)^2 + 2x^2y}{y(x^2+y^2)(x-y)} \cdot \frac{x(x-y) + x - y}{x^2} = \\ & = \frac{x(x^2 - 2xy + y^2 + 2xy)}{y(x^2+y^2)(x-y)} \cdot \frac{(x-y)(x+1)}{x^2} = \frac{(x^2+y^2)(x+1)}{y(x^2+y^2)x} = \frac{x+1}{xy} . \end{aligned}$$

Тачно решење задатка је под **б)  $\frac{x+1}{xy}$**  .

### Задатак 2.

Збир свих целобројних решења неједначине  $\frac{12x^2-5x+31}{x^2-4} \leq 1$  једнак је:

- а) 0 ;      б) 3 ;      в) 2 ;      г) 1 .

### Решење:

Како је:



Решење:

Из датог сређеног облика добија се општа једначина кружнице  $K_1 : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 7$ , па ће њој концентрична кружница имати једначину:  $K_2 : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = r^2$ . Вредност  $r^2$  добиће се из услова да кружница  $K_2$  пролази кроз тачку, пресек датих правих.

Координате пресечне тачке добијају се решавањем система линеарних једначина:

$$2x - y + 7 = 0$$

$$3x + 2y - 7 = 0$$

Одакле је  $M(-1, 5)$  тачка која припада кружници  $K_2$ . Заменом одговарајућих координата у једначину кружнице, добија се вредност  $r^2$ :

$$K_2 : (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5.$$

Како је површина кружног прстена једнака разлици површина већег и мањег круга, добија се:

$$P = (r_1^2 - r_2^2) \pi = 2\pi.$$

Тачно решење задатка је под **а)  $P = 2\pi$** .

**Задатак 5.**

Основне ивице три коцке су чланови геометријског низа:  $a_1, a_2, a_3$ . Ако је однос површина прве и треће коцке  $P_1 : P_3 = 1 : 81$ , а површина друге је  $P_2 = 216 \text{ cm}^2$ , тада су основне ивице те три коцке:

- |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $a_1 = 1 \text{ cm}$     | $a_1 = 2 \text{ cm}$     | $a_1 = 1 \text{ cm}$     | $a_1 = 3 \text{ cm}$     |
| а) $a_2 = 3 \text{ cm};$ | б) $a_2 = 6 \text{ cm};$ | в) $a_2 = 2 \text{ cm};$ | г) $a_2 = 6 \text{ cm}.$ |
| $a_3 = 9 \text{ cm}$     | $a_3 = 18 \text{ cm}$    | $a_3 = 4 \text{ cm}$     | $a_3 = 9 \text{ cm}$     |

Решење:

Како су основне ивице три коцке чланови геометријског низа, важи да је:

$$\begin{aligned} a_1 &= a \\ a_2 &= a \cdot q \\ a_3 &= a \cdot q^2 \end{aligned}$$

Из релације површина  $P_1 : P_3 = 1 : 81$  добија се:  $\frac{P_1}{P_3} = \frac{6a^2}{6a^2q^4} = \frac{1}{81}$ , одакле је  $q^4 = 81$ , а  $q = 3$ .

Користећи вредност површине друге коцке,

$$P_2 = 6a^2q^2 = 216 \text{ cm}^2,$$

добија се да је  $a^2 = 4 \text{ cm}^2$ , односно, да је  $a = 2 \text{ cm}$ , па су тражене ивице све три коцке једнаке:  $a_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $a_2 = 6 \text{ cm}$ ,  $a_3 = 18 \text{ cm}$ .

Тачно решење задатка је под **б)  $a_1 = 2 \text{ cm}$ ,  $a_2 = 6 \text{ cm}$ ,  $a_3 = 18 \text{ cm}$** .