АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА НИШ

ОДСЕК Ниш

АЛЕКСАНДРА МЕДВЕДЕВА 20

18000 НИШ

TEL: +381.18.588.211 | **Fax:** +381.18.588.210| **Web:** https://vtsnis.edu.rs

Издавач Академија техничко-васпитачких струковних студија - Одсек Ниш

За издавача др Срђан Јовковић

Задатке из математике припремили професори школе

др Милица Цветковић

др Наташа Савић

Информатор приредио Промо тим

Компјутерска обрада и корице

Горан Милосављевић

Немања Петровић

Милош Даниловић

Година издавања 2021.

О НАМА

Свој „пут“ Одсек Ниш, Академије Техничко Васпитачких Студија Ниш, започео је, као Виша школа за образовање радника "Станко Пауновић" 1976. год. Школа се брзо развијала и одговарала изазовима тржишта. Школа је променила име у Виша техничка школа 1983. год., и од тада се бави образовањем кадра техничко-технолошке струке. Након 2007. год. и успешно реализоване акредитације, школа је добила назив "Висока техничка школа струковних студија", Под овим именом је у постале препознатљива у свету високог образовања и на тржишту рада. Модернизација простора и лабораторија, студент у центру наставног процеса, развој наставног кадра, интернационализација. Одлуком Владе Србије од јуна 2019. године, а на основу статусне промене, постала је део модерне високообразовне установе Академије Техничко Васпитачких Струковних Студија Ниш. Обеједињавањем ресурса, Високе техничке школе струковних студија Ниш, Високе струковне школе примењених студија Врање и Високе струковне школе за васпитаче из Пирота, створена је модерна и функционална установа.

На одсеку се реализује укупно дванаест студијских програма, шест на основим студијама: **Индустријско инжењерство**, **Друмски саобраћај**, **Комуникационе технологије**, **Савремене рачунарске технологије**, **Грађевинско инжењерство** и **Заштита животне средине**, и шест програма на мастер струковним студијама **Управљање отпадом, Мултимедијалне комуникационе технологије, Информационе технологије и системи**, **Производно-информационе технологије**; **Друмски саобраћај и транспорт**, **Грађевинске конструкције и управљање изградњом.**

Одсек Ниш има дугу преко **40 година** традицију образовања у областима машинства, електротехнике, грађевине, саобраћаја. Програми се реализују у складу са Законом о високом образовању и одлукама **Националног тела за акредитацију и проверу квалитета Републике Србије НАТ**. У складу са дозволама за рад и уверењима за акредитацију студијских програма, на одсеку Ниш, уписује укупно **360** студената на основним студијама на шест студијских програма од којих се **205 школује о трошку буџета** и **155 самофинансирајућих студената**.

КАПАЦИТЕТИ

Студентима је доступно 1900 $м^2$, модерно опремљеног наставног и лабораторијског простора са свом потребном дидактичком опремом, савремена мерна опрема, квалитетно наставно особље. Редовно пратимо и анализирамо постигнуте резултате сваког студента и заједно планирамо њихову каријеру. Одсек Ниш је део универзитетске рачунарске мрежа са интернетом од 1000 MBPS, која је део академске мреже Србије. На располагању су вам пет модерно опремљених рачунарских лабораторија са преко 80 рачунара последње генерације, као и пет инфо-пултова. Претплатници смо MSDN AA програма (Microsoft Azure), преко којег сви активни студенти, као и особље школе, могу да добију потпуно бесплатно лиценцирание Microsoft-ове софтвере (**Windows 10, Windows 8, Windows 7, Windows XP**), као и поједине делове Microsoft Office пакета (**Visio, Access, Project, Groove, One-Note, MS TEAMS**) које могу користити искључиво у научно-образовне сврхе. Поред тога, омогућена је употреба специјализованих софтвера попут **PC Crash, Pix4D, Radimpex, Tower, ArmCAD i NormAG**.

У оквиру библиотеке налази се радни простор од 20 $м^2$, простор са књигама и читаоница од 33 $м^2$ са 20 радних места. У оквиру радног простора се налазе најновији бројеви часописа, приручници и енциклопедије, као и рачунари за потребе студената. Фонд библиотеке се састоји од уџбеника, помоћних уџбеника, практикума, приручника и енциклопедија.

Наша Библиотека располаже бога-тим фондом књига са преко 6000 библиотечких јединица. Библиотека је прикључена на академску мрежу **АМРЕС** преко које је студенти имају сталан приступ сервисима попут **КоБСОН-**а, као и свим осталим насловима Универзитетске библиотеке.

Поред тога, студетнима су на располагању и услуге службе студентске евиденције, као и правне службе и техничке службе.

Студенти ментори су подршка бруцошима у сваком смислу те речи. Студент **ментор** је Први прави пријатељ кога бруцоши срећу на почетку школовања. Студенти ментори, заједно са својим професорима, олакшаће вам почетак студирања и помоћи да заједно пребродимо све потенцијалне проблеме и тешкоће.

Простор и опрема се сваке године модернизују и унапређују, а тиме се стварају предуслови да студенти стичу нова и унапређују постојећа знања. Резултат тога је и већи степен запошљивости студената. Млад наставни и стручан кадар, посвећен студентима, јесте гарант нашег заједничког успеха.

Сарадња са привредом, као и велики број партнера, са којима реализујемо заједничке пројекте и обуке, јесу наш знак препознавања.

ЛАБОРАТОРИЈЕ

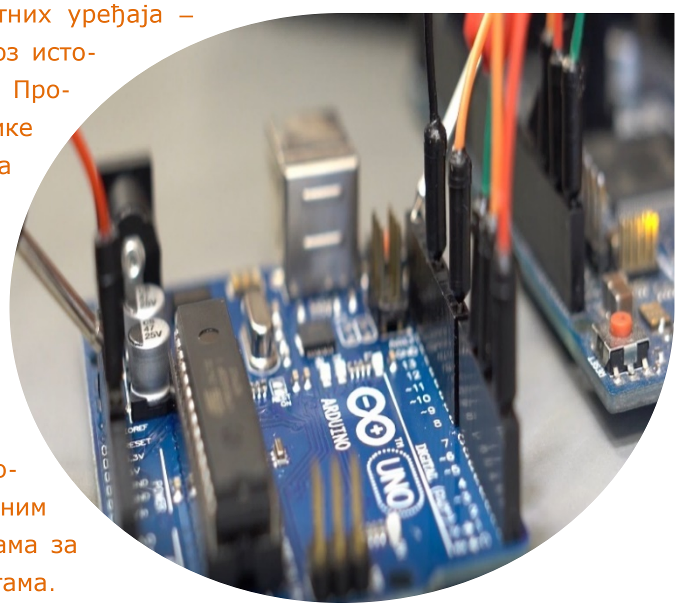
SAMSUNG APPS

Samsung Apps лабораторија функционише већ десет година на одсеку Ниш а резултат је сарадње са компанијом Samsung. Стоварени су идеални услови за учење како би студенти још у току студија били у могућности да самостално развијају напредне апликације за телефоне и да одмах након дипломирања буду у могућности да се запосле у струци. Посебан програм рада са најбољим студентима даје већ годинама одличне резултате и чини Одсек Ниш препознатљивом у целој земљи, региону и шире. Поред бројних награда, ови млади људи и њихови професори заслужни су и за развијање првих, домаћих, српских апликација за Samsung Smart телевизоре и радиће на новим садржајима и убудуће. До сада је у лабораторији настало више десетина апликација за телефоне, велики број тема и више десетина апликација за Samsung Smart телевизоре. Наша Apps Лабораторија има 12 радних места и комплетно је опремљена уређајима за развој апликација, што укључује радне табле, пројекторе, Смарт ТВ за тестирање ТВ апликација, мобилне телефоне за тестирање мобилних апликација итд.

MIKROTIK ЛАБОРАТОРИЈА

У оквиру АТВСС Ниш, на одсеку у Нишу функционише акредитована МикроТик академија која својим студентима омогућава стицање индустријског сертификата MTCNA (MikroTik Certified Network Association) из области управљања и конфигурације активних мрежних уређаја компаније MikroTik. МикроТик сертификати представљају једну од најзначајнијих потврда знања и вештина у области мрежне администрације и вештина у области мрежне администрације, а знања за која они гарантују неопходни су за све врхунске ИТ стручњаке. Наш МикроТик тренинг центар представља независну јединицу које обавља интезивне тренинге јавног или приватног типа и пружа могућност стицања сертификата у складу са стандардима МикроТик-а.

ИОТ ЛАБОРАТОРИЈА



Опремање лабораторије за програмирање паметних уређаја – Internet of Things (Лаб ИоТ) реализовано је кроз истоимени пројект одборен од стране Министарства Просвете, Науке и технолошког развоја Републике Србије. У овој лабораторији студенти се упознају са елементима дизајна и развоја хардвера као што су: архитектура система и избор компонената, израда прототипа, тестирање и верификација, прављење шема и израда штампаних плочица затим, развојем софтвера за уграђивање у хардверске системе, развој системског софтвера (firmware), развојем алгоритама за дигиталну обраду сигнала, програмирање микроконтролера и микропроцесора као и са напредним техникама обраде сигнала попут развој алгоритама за дигиталну обраду сигнала и оптимизација алгоритама.

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА МАШИНЕ И МАТЕРИЈАЛЕ

Лабораторија за машине и материјале је место где студенти стичу знања из области материјала и њихове примене. Намењена је за испитивање структуре материјала (металографија), као и испитивања материјала које се заснивају на методама са разарањем. У ту сврху лабораторија је опремљена универзалном машином за испитивање материјала, уређајем за мерење тврдоће, микроскопом, машином за припрему металографских узорака, као и бројном опремом за мерење и контролу узорака. Такође, Лабораторија је опремљена и машинама за обраду резањем (глодалица, струг, стубна бушилица и **CNC** глодалица) које се примењују за стицање знања, вештина и компетенција из области производних технологија и утицаја различитих врста материјала на процесе обраде резањем. Иако је Лабораторија првенствено намењена за образовање студената, у њој се успешно обављају испитивања за потребе привреде и трећих лица.

ЛАБОРАТОРИЈА ЗА НАПРЕДНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Лабораторија напредних технологија представља место у коме студенти развијају своје дигиталне компетенције потребне савременој индустрији 4.0. Студенти креирају **3D CAD** моделе производа и израђују их помоћу савремених **3D штампача**. Лабораторија је опремљена са два **3D скенера** као и савременим симулатором за израду производа на **CNC машинама**.

Софтвери **SolidWorks-a и FeatureCAM-a** пружају потпуну подршку студентима у раду. У Лабораторији напредних технологија, врши се обука и полагање за међународно признате **CSWA и CSWP сертификате.** Током 2019. године, 27 наших студената је успешно положило и добило **CSWA сертификате** за рад у софтверу **SolidWorks**. У јеку првог пика COVID 19 пандемије, током априла месеца, у Лабораторији, наши студенти су у веома кратком временском року креирали **3D CAD** моделе држача за заштитне визире који су у потпуности одговарали захтевима здравствених радника и израдили их на **3D штампачу**, и проследили их на даље склапање и монтажу. Поред тога, израђени су комплети заштитих визира и донирани су медицинским и васпитно-образовним установама.

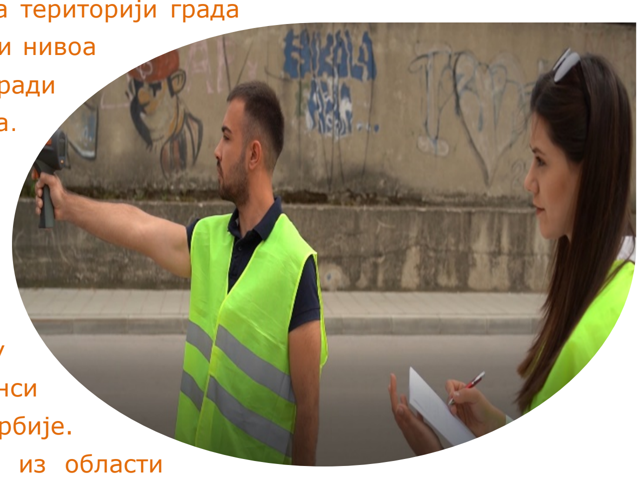
ЛАБОРАТОРИЈА ЗА ЗАШТИТУ ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

У оквиру студијског програма Заштита животне средине на Одсеку Ниш, ради лабораторија за заштиту животне средине које је формирана кроз:

ERASUMUS+561821-EPP-1-2015-1-RS/EPPKA2CBHE -JP
Waste management curricula development in partnership with public and private sector.

Лабораторија се бави испитивањем чврстог отпада, његовој карактеризацији и преради. Лабораторија омогућава студентима да примењују различите методе и користе савремене алате, како би постали квалитетни стручњаци, који се баве пословима збрињавања отпада у интегрисаном систему **управљања отпадом** и то кроз испитивања и карактеризацију отпада, анализу утицаја отпада на животну средину, примену одговарајућих метода за третман отпада, мониторинг постројења за третман чврстог отпада и отпадних вода, кроз управљање пројектима итд.

Наши студенти студијског програма Друмски саобраћај који се реализује унутар катедре за саобраћајно и грађевинско инжењерство, активно су укључени у истраживања и анализе. Посебно смо поносни на израду „Студије јавног градског превоза путника на територији града Ниша‟ у којој су учествовали студенти свих година и нивоа студија. На тај начин дат је значајан допринос у изради Студије, која се у Нишу примењује последњих година. Такође, велику посвећеност дајемо пројектима који су од суштинског значаја за привреду неког града. Активни смо учесници свих, акција, у граду, региону и шире које промовишу безбедност свих учесника у саобраћају. Можемо да се похвалимо изузетном сарадњом са Агенцијом за безбедност саобраћаја у изради пројекта „Мерење индикатора перформанси безбедности саобраћаја‟ на територији Републике Србије. Поред овога, реализовали смо и бројне пројекте из области регулисања саобраћајних токова и паркирања. У склопу ове катедре функционише Комисија за вештачење саобраћајних незгода.



Успешно учествујемо у Ерасмус+ пројекту: **TRAFSAF-„598551-EPP-1-2018-1-XK-EPPKA2-CBHE-JP Traffic safety in WB countires through curriculum innovation and development of undergraduate and master studies.** у оквиру пројекта је набављена нова опрема, али и развијени савремени наставни материјали и литература из ове области. У току је формирање модерне лабораторије за безбедност друмског саобраћаја, опремљене са радарима, етилметром за брзу и прецизну детекцију концентрације алкохола у крви, дигиталним тахографом **DTCO 3.0 VDO**, уређајима за мерење успорења и убрзања у реалним условим,а као и бројним програмским пакетима **- Synchro 10, Parkero 3.1.2, PC Crash 12.0**.

Завршавањем студијског програма грађевинско инжењерство студенти стичу компетенције из области грађевинског инжењерства као што су: примењено грађевинарство у оквиру свих радова на реализацији пројекта изградње објеката високоградње, нискоградње и хидроградње (механика тла и фундирање, грађевинска механизација и технологија грађења, грађевинске, бетонске, металне и дрвене конструкције, завршне радове и инсталације, саобраћајнице, хидротехника, организација рада у грађевинарству са менаџментом, урбанистичко планирање), омогућују нашим студентима брзо укључивање у решавање свих актуелних проблема струке. Овај студијски програм образује студенте за успешно бављење пословима грађевинског инжењера у производњи, одржавању, технологији и експлоатацији средстава рада у грађевинарству.

СТУДЕНТИ МЕНТОРИ

КО ЈЕ СТУДЕНТ МЕНТОР?

- Студент ментор је подршка студентима бруцошима у сваком смислу те речи;
- Студент ментор је студент који треба да олакша почетак академске каријере бруцоша;
- Студент ментор унапређује академске и професионалне способности бруцоша у правцима које бруцош жели;
- Први прави пријатељ кога бруцоши срећу на почетку школовања;
- Студент ментор је "бруцошки водич";
- Студент ментор добро познаје "Правила студија".

ЗАШТО ЈЕ ДОБРО ИМАТИ СТУДЕНТА МЕНТОРА

Студент ментор користи бруцошима јер:

- подржава њихов развој у стручној сфери, јавном наступу комуникацији,
- упозорава студент на могуће проблеме у току школовања и саветује их како да их превазиђу и реше,
- помаже бруцошу у прилагођавању на услове студирање, као и прилагођавање на живот у новој средини ван школске установе,
- подстиче бруцоше на истрајност.

АКТИВНОСТИ (ОБАВЕЗЕ) СТУДЕНТА МЕНТОРА

Студент ментор упућује студенте, пре свега бруцоше, у свет високог образовања на бази свог искуства и практичних примера.

Активности (обавезе) студента ментора су да:

- Пружи неопходну подршку студентима како би се што ефикасније испуњавали своје академске обавезе;
- Информише студенте о смештају у студентским домовима, студентској мензи, студентским кредитима, превозу;
- Информише студенте о услугама које им пружају стручне службе Одсека Ниш;
- Информише студенте о изборним предметима;
- Упути студенте на начин спремања колоквијума и испита;
- Објасни студентима како да овере семестар;
- Објасни студентима како да пријаве испите;
- Објасни студентима шта да раде у случају ако закасне да овере семестар или пријаве испит;
- Упозна студенте са појмом и политиком квалитета Школе и значајем доприноса студента укупној политици квалитета;
- Припреми студенте прве године за анкету о педагошком раду наставника;
- Уредно води евиденцију о студентима из своје групе.

СТУДЕНТСКО ОРГАНИЗОВАЊЕ

Значајна улога студената је у обезбеђењу квалитета и остварује се кроз анкетирање студената о квалитету установе, студијских програма, наставе и условима рада. Оцена педагошког рада наставника и сарадника базира се на оцени добијеној анкетирањем.

Студентски парламент АТВСС посебно је активан у реализацији стручних и волонтерских пракси, такмичења у научноистраживачким радовима. У сарадњи са Српским Ресорним Центром при Универзитету Г.В. Шухов у Белгороду - Русија, сваке године организује бесплатне курсеве руског језика. Спортске активности су наш заштитни знак (фудбал, кошарка, стони тенис, шах). Редовни смо учесници универзитетске лиге. Готово сваке године, наши студенти доносе победничке пехаре са спортских такмичења која се одржавају у оквиру „Сусрета високих школа струковних студија".

МЕЂУНАРОДНА САРАДЊА

Одсек Ниш има изузетну међународну сарадњу и има потписане уговоре о пословно техничкој сарадњи са Универзитетом Св. Климент Охридски из Битоља, Универзитетом у Марибору Република Словенија, Технолошким Универзитетом из Солуна и Државним Универзитетом из Белгорада В.Г. Шухов, Руска Федерација, као и са Државним Универзитетом у Самари Руска Федерација. Студентска мобилност и мобилност наставног особља, стратешки развој јесу основе интернационализације. Наставно и ненаставно особље Одсека Ниш у протеклом периоду успешно је учествовала у реализацији неколико међународних пројеката који су имали за циљ јачање капацитета високо образовних установа.

Међународни пројекти у којима је учествовала ВТШ Ниш:

517200-TEMPUS-1-2011-1-BETEMPUS - SMGR "Establishing and capacity building of the Southern Serbian Academy and the National Conference for Vocational Higher Education";

517153-TEMPUS-1-2011-1-DETEMPUS-JPGR Conducting graduate surveys and improving alumni services for enhanced strategic management and quality improvement "CONGRAD";

TEMPUS 158781 "Occupational Safety and Health - degree curricula and lifelong learning".

530577-TEMPUS-1-2012-1-RS-TEMPUS-JPCR Improvement of Product Development Studies in Serbia And Bosnia and Herzegovina.

561821-EPP-1-2015-1-RS-EPPKA2-CBHE-JP Waste management curricula development in partnership with public and private sector.

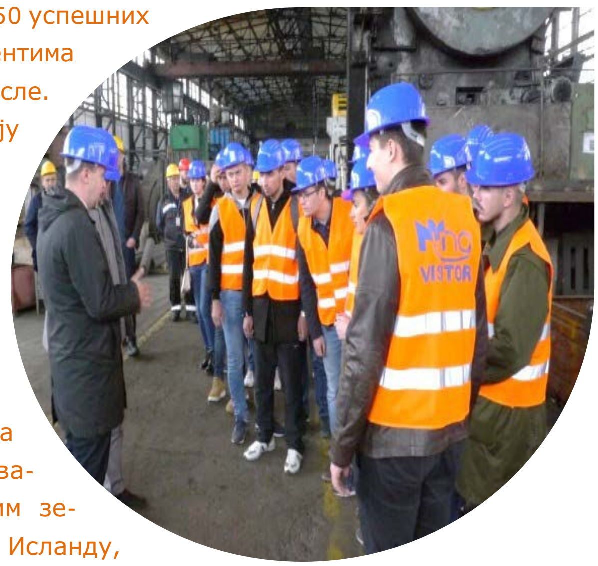
598551-EPP-1-2018-1-XK-EPPKA2-CBHE-JP Traffic safety in WB countires through curriculum innovation and development of undergraduate and master studies.

2019-1-RS01-KA103-000608 - Пројекат мобилности у области високог образовања (KA103).

2020-1-RS01-KA103-000608 - Пројекат мобилности у области високог образовања (KA103).

СТРУЧНА ПРАКСА

Студентска пракса је обавезни део наставног процеса, и реализује се у земљи и иностранству у фирмама и институцијама, са којим имамо уговоре о сарадњи. Сваком студенту обезбеђена је стручна пракса и могућност стицања практичних знања и искуства и коначно брзог запослења. Да би тај циљ у потпуности остварили, анагажују се предавачи ван радног односа, стручњаци из привреде са драгоценим искуством.



Наставно стручна база Одсека Ниш садржи више од 150 успешних фирми из Ниша и региона, које помажу нашим студентима да се профилишу у успешне инжењере и брже се запосле. Сваке године наша база се шири а послодавци постају све задовољнији. На нивоу студијског програма одређује се координатор из редова наставника који прати реализацију стручне праксе и који са осталим наставницима прати рад и помаже вам да успешно решавате све практичне задатке и проблеме који су саставни део наставног процеса. Овај сегмент наставног процеса од изузетног је значаја, за будуће запослење, јер студенте полако уводи у свет тржишта рада. Од ове године студентска пракса се може остварити у институцијама/организацијама у програмским земљама, тј. државама чланицама Европске уније, Исланду, Лихтенштајну, Норвешкој, Македонији и Турској у оквиру програма Ерасмус +.

У оквиру овог програма финансирају се три врсте студентских пракси: студентска пракса интегрисана у студијски план и програм, добровољна студентска пракса (није део студијског програма) и студентска пракса за недавно дипломиране студенте.

Место за обављање праксе, студент проналази самостално или уз помоћ матичног одсека. У оба случаја студент је у обавези да самостално контактира институцију/организацију у којој ће обављати праксу, договори програм рада и од ње добије прихватно писмо. Студентска пракса у оквиру Еразмус+ програма подразумева 30 до 40 радних сати недељно, у укупном трајању од најмање 2, а највише 12 месеци.

Рад Одсека у Нишу препознат је од стране Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије и оцењен је високо. У последње две године, одобрена је реализација три пројекта из програмске линије Развоја Високог образовања и то:

1. Опремање лабораторије за програмирање паметних уређаја – Internet of Things (VTŠ –Lab IoT;
2. Иновирање садржаја групе предмета из енергетске области на студијском програму Заштита животне средине ВТШ НИШ - Еколошка Енергија EN-ECO;
3. Развој производно-информационих компетенција студената унапређењем наставних садржаја и опремање лабораторије напредних технологија.

Дарко Костић је апсолвент на студијском програм савремене рачунарске технологије који се реализујуе у оквиру катедре за информационо комуникационе технологије АТВСС Ниш. Стекао је знања, потребна тржишту рада и запослио се пре завршетка студија. Пред њим успешна каријера програмера.

Драган Живковић, завршио је студијски програм грађевинско инжењерство на Академији Технично Васпитачких Струковних Студија одсек Ниш. Знања које је стекао успешно примењује у **"Заводу за стручно технички надзор Института за путеве Републике Србије"**.

Николић Стефан, дипломирао је на студијском програму друмски саобраћај на основним струковним студијама, а затим и на студијском програму безбедност друмског саобраћаја на специјалистичким струковним студијама. Стекао је знања, потребна тржишту рада и кренуо заједно са својом породицом у свет предузетништва.

Маја Тасић, дипломирала је на студијском програму Индустријско инжењерство, који се реализује у оквиру Катедре за индустријско и машинско инжењерство АТВСС Ниш на одсеку у Нишу. Стекла је знања, потребна тржишту рада и запослила се у предузећу "**Feniks BB**" из Ниша где ради на пословима инжењера у производњи.

Марина Антић, дипломирала је на студијском програму савремене рачунарске технологије који се реализује у оквиру катедре за информационо комуникационе технологије. Стекла је знања, потребна тржишту рада Ради већ четири године у струци. Пред њом је успешна каријера програмера.

Петрија Поповић, дипломирала је на студијском програму заштита животне средине, као најбољи студент у генерацији. Уписала је мастер струковне студије и успешно их приводи крају. Запослила се у предузећу **"E-Reciklaža"** на послу аналитичара токова отпада, где прати анализу токова електронског отпада у Србији и региону.

Пријава на конкурс

Уз пријаву на конкурс, кандидати подносе на увид **ОРИГИНАЛНА ДОКУМЕНТА и фотокопије ових докумената:**

- Диплому (сведочанство) о положеном завршном испиту,
- Сведочанства свих разреда средње школе,
- Доказ о уплати накнаде за полагање пријемног испита из математике

на жиро рачун Одсека:

840-2111666-06

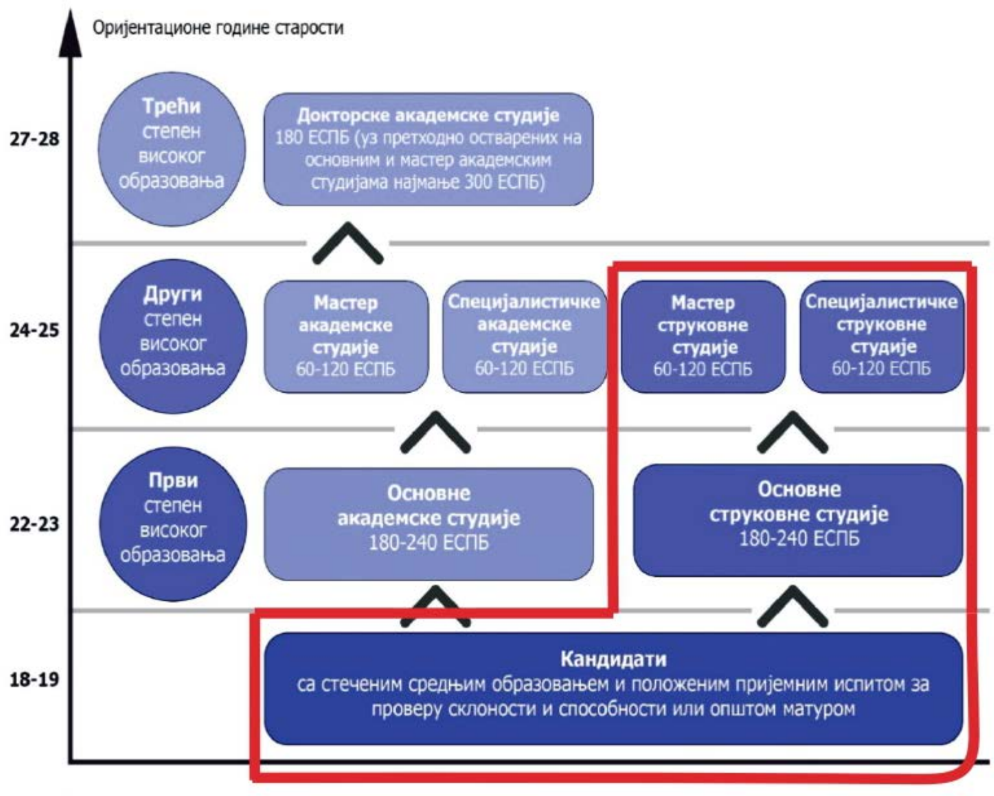
позив на број (одобрење) 02-2020

При предаји докумената, кандидати се јављају студентској служби (канцеларија 109) која се налази на првом спрату.

Након предаје докумената кандидат добија **потврду о поднетој пријави, коју чува, ради уписа или подизања докумената.**

За све информације кандидати се могу обратити студентској служби (канцеларија 109) или телефоном на број 018.588.039 или на мејл upis@vtsnis.edu.rs.

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМИ - КУРИКУЛУМИ



ИНДУСТРИЈСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

Распоред предмета по семестрима и годинама

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1	МАЈ 1.01	Математика 1	I	2	2	0	6
2	МЕЈ 1.02	Механика 1	I	2	3	0	7
3	ИНИ 1.08	Инжењерска информатика	I	2	0	2	6
4	ПОП 1.04	Пословно право	I	2	0	0	3
5	ТЕМ 1.05	Технички материјали	I	3	2	0	7
6	МАД 1.06	Математика 2	II	2	2	0	6
7	ТЕЈ 1.07	Технички енглески језик	II	2	2	0	4
8	ФИЗ 1.03	Физика	II	2	2	0	6
9	МЕД 1.09	Механика 2	II	3	3	0	8
10	ТЦН 1.10	Техничко цртање	II	2	3	0	7
ДРУГА ГОДИНА							
11	РАГ 1.11	Рачунарска графика	III	2	0	2	6
12	ОТМ 1.12	Отпорност материјала	III	2	2	0	5
13	ТЕР 1.13	Термоенергетика	III	2	2	0	6
14	ЕЛЕ 1.14	Електротехника са електроником	III	2	2	0	5
15	ОРП 1.15	Организација производње	III	2	2	0	4
16		Предмет изборног блока 1	III	2	0	0	4
17	СИК 1.16	Стандардизација и контрола квалитета	IV	2	2	0	5
18	ПТЈ 1.17	Производне технологије 1	IV	2	2	0	5
19	МАЕ 1.18	Машински елементи	IV	3	3	0	6
20	ТЕС 1.19	Технички системи	IV	2	2	0	5
21		Предмет изборног блока 2	IV	2	0	0	4
22		Предмет изборног блока 3	IV	2	2	0	5
ТРЕЋА ГОДИНА							
23	ПТД 1.20	Производне технологије 2	V	2	2	0	6
24	СМО 1.21	Савремене методе обраде	V	2	2	0	6
25	ОМС 1.22	Одржавање машинских система	V	3	2	0	6
26		Предмет изборног блока 4	V	2	2	0	6
27		Предмет изборног блока 4	V	2	2	0	6
28	ЦАМ 1.23	САМ системи	VI	3	3	0	5
29	СИП 1.24	Сензори и претварачи	VI	2	2	0	5
30		Предмет изборног блока 5	VI	3	2	0	5
31		Предмет изборног блока 5	VI	3	2	0	5
32		Стручна пракса	VI				3
33		Завршни рад	VI				7
						Укупно ЕПСБ	**180**

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
Предмети изборног блока 1.						
1	БИЗ 1.27	Безбедност и здравље на раду	2	0	0	4
2	КИЗ 1.28	Корозија и заштита материјала	2	0	0	4
3	ОРА 1.29	Одрживи развој	2	0	0	4
Предмети изборног блока 2.						
1	ОСМ 1.30	Основе менаџмента	2	0	0	4
2	ПОК 1.31	Пословне комуникације	2	0	0	4
3	МЕК 1.32	Менаџмент кадрова	2	0	0	4
Предмети изборног блока 3.						
1	ТРИ 1.33	Теорија ризика	2	2	0	5
2	ТСД 1.34	Технике спајања делова	2	2	0	5
3	МЕП 1.35	Механизација претовара	2	2	0	5
Предмети изборног блока 4.						
1	ЕИО 1.36	Рециклажне технологије	2	2	0	6
2	АИП 1.37	Алати и прибори	2	2	0	6
3	РЗП 1.38	Развој производа	2	2	0	6
4	ХПС 1.39	КГХ системи	2	2	0	6
Предмети изборног блока 5.						
1	РЕТ 1.40	Енергија и околина	3	2	0	5
2	ИСУ 1.41	Интегрисани системи управљања	3	2	0	5
3	УОТ 1.42	Управљање отпадом	3	2	0	5
4	КГХ 1.43	Хидраулички и пнеуматски системи	3	2	0	5

Напомена:
- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем овог студијског програма студенти стичу компетенције које му омогућавају:

- да прикупљају, анализирају и систематизују теоретске и практичне проблеме из инжењерске праксе и да предвиде решења и последице при решавању тих проблема,
- да владају основним дисциплинама у области индустријског инжењерства, као и савременим информационим технологијама на нивоу који се очекује од инжењера овог типа и у земљама ЕУ,
- да користе литературу и инжењерске алате за прорачуне, моделирање, симулацију, а све у циљу овладавања знањима из овог подручја,
- да примењују инжењерске, организационе и административне мере за безбедан рад са машинама, уређајима и опремом.

ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ

Распоред предмета по семестрима и годинама

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
		ПРВА ГОДИНА					
1	МАЈ 1.01	Математика 1	I	2	2	0	6
2	МЕЈ 1.02	Механика 1	I	2	3	0	7
3	ИНФ 1.08	Инжењерска информатика	I	2	1	1	6
4	ПОП 1.04	Пословно право	I	2	0	0	3
5	ТЕМ 1.05	Увод у саобраћај и транспорт	I	3	2	0	7
6	МАД 1.06	Математика 2	II	2	2	0	6
7	ТЕЈ 1.07	Технички енглески језик	II	2	2	0	4
8	ФИЗ 1.03	Физика	II	2	1	1	6
9	МЕД 1.09	Механика 2	II	3	3	0	8
10	ТЦН 1.10	Техничко цртање	II	2	3	0	7
		ДРУГА ГОДИНА					
11	ЕЛЕ 1.11	Електротехника са електроником	III	2	1	1	5
12	БЕС 1.12	Безбедност саобраћаја	III	3	2	1	7
13	ПЈГ 1.13	Паркирање и јавне гараже	III	3	2	1	7
14	МЕП 1.14	Механизација претовара	III	2	2	0	5
15		Предмет изборног блока 1	III	2	2	0	5
16	ПУТ 1.15	Путеви	IV	2	2	0	6
17	МОВ 1.16	Моторна возила	IV	3	2	0	7
18	ОКВ 1.17	Оспособљавање кандидата за возаче	IV	3	2	1	7
19	МЕЛ 1.18	Машински елементи	IV	3	3	0	6
20		Предмет изборног блока 2	IV	2	2	0	5
		ТРЕЋА ГОДИНА					
21	ЈГП 1.19	Јавни градски превоз	V	3	2	1	7
22	ТБК 1.20	Техника безбедности и контроле саобраћаја	V	3	2	1	7
23		Предмет изборног блока 3	V	3	2	1	7
24		Предмет изборног блока 3	V	3	2	1	7
25	ТДС 1.21	Технологија друмског саобраћаја	VI	3	2	1	7
26	ТРС 1.22	Теорија и регулисање саобр. токова	VI	3	2	1	7
27		Предмет изборног блока 4	VI	3	2	1	7
28		Стручна пракса	VI				4
29		Завршни рад	VI				7
						Укупно ЕПСБ	180

ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
		Предмети изборног блока 1.				
1	МЕС 1.23	Менаџмент у саобраћају	2	2	0	**5**
2	СИА 1.24	Статистика и анализа	2	2	0	**5**
3	САП 1.25	Саобраћајна психологија	2	2	0	**5**
		Предмети изборног блока 2.				
1	УШВ 1.26	Утврђивање штете на возилима	2	2	0	**5**
2	ПКС 1.27	Пословне комуникације у саобраћају	2	2	0	**5**
3	УПЛ 1.28	Урбанистичко планирање	2	2	0	**5**
		Предмети изборног блока 3.				
1	МТШ 1.29	Међународни транспорт и шпедиција	3	2	1	**7**
2	ОСТ 1.30	Осигурање у саобраћају и транспорту	3	2	1	**7**
3	ПЛС 1.31	Планирање саобраћаја	3	2	1	**7**
		Предмети изборног блока 4.				
1	КОТ 1.32	Комбиновани транспорт	3	2	1	**7**
2	ЕОВ 1.33	Експлоатација и одржавање моторних возила	3	2	1	**7**
3	ИТС 1.34	Информационе технологије у саобраћају	3	2	1	**7**

Напомена:

- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем, овог студијског програма, студенти су способни да решавају практичне проблеме из праксе саобраћајног инжењерства и стичу следеће компетенције:

- Анализа и превенција саобраћајних незгода, анализа система обуке возача, предлагање мера и акција за повећање безбедности саобраћаја,
- Планирање мобилности, решавање проблема паркирања у урбаним срединама, анализа саобраћајних токова и пројектовање саобраћајне сигнализације,
- Организација рада у путничком у теретном саобраћају,
- Праћење робних токова у међународном робном промету, организовање транспорта применом модерних технологија комбинованог транспорта

КОМУНИКАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Распоред предмета по семестрима и годинама

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	МАТ1 3.01	Математика 1	I	2	2	0	**6**
2.	ЕТ1 3.02	Основи електротехнике 1	I	3	3	0	**8**
3.	ФИЗ 3.03	Физика	I	2	1	1	**6**
4.	АСП 3.04	Алгоритми и структуре података	I	2	2	0	**6**
5.		Предмет изборног блока 1	I	2	0	0	**4**
6.	ОРТ 3.07	Основи рачунарске технике	II	2	2	0	**6**
7.	ОСЕ 3.06	Основи електронике	II	2	1	1	**6**
8.		Предмет изборног блока 2	II	2	2	0	**6**
9.	ЕТ2 3.08	Основи електронике 2	II	2	2	0	**6**
10.	ОСТ 3.05	Основи телекомуникација	II	2	2	0	**6**
ДРУГА ГОДИНА							
11.	ДИЕ 3.10	Дигитална електроника	III	2	1	1	**6**
12.	ДИТ 3.09	Дигиталне телекомуникације	III	2	2	1	**7**
13.	РАМ 3.11	Рачунарске мреже	III	2	1	1	**6**
14.		Предмет изборног блока 3	III				**4**
15.		Предмет изборног блока 4	III				**6**
16.	КТС 3.12	Кабловски ТК системи	IV	2	2	1	**7**
17.	ЕМИ 3.14	Електронска мерна инструментација	IV	2	1	2	**6**
18.	МРС 3.13	Мрежни сервиси	IV	2	1	1	**6**
19.		Предмет изборног блока 4	IV				**6**
20.		Предмет изборног блока 4	IV				**6**
ТРЕЋА ГОДИНА							
21.	ЕНГ2 3.15	Технички енглески 2	V	2	2	0	**4**
22.	МОК 3.16	Мобилне комуникације	V	2	2	0	**6**
23.	ДТВ 3.17	Дигитални ТВ системи	V	2	2	0	**6**
24.	ММС 3.18	Мултимедијални сигнали и системи	V	2	2	0	**6**
25.		Предмет изборног блока 5	V				**6**
26.	БТК 3.19	Бежични телекомуникациони системи	VI	3	2	1	**6**
27.	ЗПМ 3.20	Заштита података у комуникац. мрежама	VI	2	2	1	**6**
28.	АНС 3.21	Антенски системи	VI	2	2	1	**6**
29.		Предмет изборног блока 6					**5**
30.	СТП 3.22	Стручна пракса	VI	0	0	3	**3**
31.	ЗАВ 3.23	Завршни рад	VI	0	0	6	**6**
						Укупно ЕПСБ	**180**

КОМУНИКАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
Предмети изборног блока 1.						
1.	ПОП 3.24	Пословно право	2	0	0	**4**
2.	ПОК 3.25	Пословне комуникације	2	0	0	**4**
Предмети изборног блока 2.						
3.	ОСП 3.27	Основи програмирања	2	1	1	**6**
4.	МАТ2 3.26	Математика 2	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 3.						
1.	ЕНГ1 3.28	Технички енглески 1	2	2	0	**4**
2.	МЕК 3.29	Менаџмент кадрова	2	0	0	**4**
3.	АПР 3.30	Архитектура персоналних рачунара	2	0	2	**6**
4.	БАП 3.31	Базе података	2	1	1	**6**
5.	ПШК 3.32	Пројектовање штампаних кола	2	1	1	**6**
6.	КОС 3.33	Комутациони системи	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 4.						
1.	АРМ 3.34	Администрирање рачунарских мрежа	2	1	1	**6**
2.	ООП 3.35	Објектно оријентисано програмирање	2	0	2	**6**
3.	МКС 3.38	Микрорачунарски системи	2	2	0	**6**
4.	ТЕМ 3.36	Телекомуникационе мреже	2	2	0	**6**
5.	ППР 3.37	Пројектовање помоћу рачунара	2	1	1	**6**
Предмети изборног блока 5.						
1.	КУД 3.39	Квалитет услуга дигиталних комуникац. мрежа	2	2	0	**6**
2.	ВПР 3.41	Веб програмирање	2	1	1	**6**
3.	СКО 3.40	Сателитске комуникације	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 6.						
1.	ИПТ 3.42	ИП телефонија	2	1	1	**5**
2.	АБП 3.43	Администрирање база података	2	1	1	**5**
3.	ОПТ 3.44	Оптоласерска техника	2	1	1	**5**
4.	ЕАК 3.45	Електроакустика	2	2	0	**5**

Напомена:

- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем овог студијског програма студент стиче компетенције које му омогућавају:

- да пројектује и одржава телекомуникационе системе, сателитску и кабловску опрему,
- да пројектује, изгради и одржава кабловске дистрибуиране системе, кућне информационе системе, Интернет систем и GPS (Global Position System) системе,
- да пројектује, примени, одржава бежичне мобилне комуникације, рачунарске мреже, аудио, видео и опрему за надзор и заштиту објеката.

САВРЕМЕНЕ РАЧУНАРСКЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Распоред предмета по семестрима и годинама

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	МАТ1 4.01	Математика 1	I	2	2	0	**6**
2.	ЕТ1 4.02	Основи електротехнике 1	I	3	3	0	**8**
3.	ФИЗ 4.03	Физика	I	2	1	1	**6**
4.	АСП 4.04	Алгоритми и структуре података	I	2	2	0	**6**
5.		Предмет изборног блока 1	I				**4**
6.	ОРТ 4.07	Основи рачунарске технике	II	2	2	0	**6**
7.	ОСЕ 4.06	Основи електронике	II	2	1	1	**6**
8.	ОСП 4.05	Основи програмирања	II	2	1	1	**6**
9.	МАТ24.08	Математика 2	II	2	2	0	**6**
10.		Предмет изборног блока 2	II				**6**
ДРУГА ГОДИНА							
11.	ОПС 4.09	Оперативни системи	III	2	2	1	**7**
12.	БАП 4.10	Базе података	III	2	1	1	**6**
13.	ИНТ 4.11	Интернет технологије	III	2	1	2	**7**
14.		Предмет изборног блока 3	III				**4**
15.		Предмет изборног блока 3	III				**6**
16.	ООП 4.12	Објектно оријентисано програмирање	IV	2	0	2	**6**
17.	ВЕГ 4.37	Векторска графика	IV	2	1	1	**6**
18.	ВЕБ 4.14	Веб дизајн	IV	2	0	2	**6**
19.		Предмет изборног блока 4	IV				**6**
20.		Предмет изборног блока 4	IV				**6**
ТРЕЋА ГОДИНА							
21.	ЕНГ2 4.15	Технички енглески 2	V	2	2	0	**4**
22.	НЕТ 4.16	НЕТ технологије	V	2	0	2	**6**
23.	АМК 4.17	Архитектура микроконтролера	V	2	1	1	**6**
24.	КСС 4.18	Клијент сервер системи	V	2	1	1	**6**
25.		Предмет изборног блока 5	V				**6**
26.	ЕЛП 4.19	Електронско пословање	VI	2	1	1	**6**
27.	РМК 4.20	Примена микроконтролера	VI	2	2	1	**6**
28.	СОИ 4.21	Софтверско инжењерство	VI	2	2	1	**7**
29.		Предмет изборног блока 6	VI				**5**
30.	СТП 4.22	Стручна пракса	VI	0	0	3	**3**
31.	ЗАР 4.23	Завршни рад	VI				**6**
						Укупно ЕПСБ	**181**

САВРЕМЕНЕ РАЧУНАРСКЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
Предмети изборног блока 1.						
1.	ПОП 4.24	Пословно право	2	0	0	**4**
2.	ПОК 4.25	Пословне комуникације	2	0	0	**4**
Предмети изборног блока 2.						
1.	ЕТ2 4.26	Основи електротехнике 2	2	2	0	**6**
2.	ОСТ 4.27	Основи телекомуникација	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 3.						
1.	ЕНГ1 4.28	Технички енглески 1	2	2	0	**4**
2.	МЕК 4.29	Менаџмент кадрова	2	0	0	**4**
3.	РАМ 4.30	Рачунарске мреже	2	1	1	**6**
4.	ВБА 4.33	ВБА програмирање	2	1	1	**6**
5.	ПШК 4.32	Пројектовање штампаних кола	2	1	1	**6**
6.	ДИЕ 4.31	Дигитална електроника	2	1	1	**6**
Предмети изборног блока 4.						
1.	МРС 4.34	Мрежни сервиси	2	1	1	**6**
2.	МКС 4.13	Микрорачунарски системи	2	2	0	**6**
3.	АРМ 4.38	Администрирање рачунарских мрежа	2	1	1	**6**
4.	ППР 4.35	Пројектовање помоћу рачунара	2	1	1	**6**
5.	ЕМИ 4.36	Електронска мерна инструментација	2	1	2	**6**
6.	ТЕМ 4.39	Телекомуникационе мреже	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 5.						
1.	НСП 4.42	Напредне структуре података	2	1	1	**6**
2.	ВПР 4.40	Веб програмирање	2	1	1	**6**
3.	МКИ 4.41	Микроконтролери и интерфејси	2	1	1	**6**
Предмети изборног блока 6.						
1.	АБП 4.43	Администрирање база података	2	1	1	**5**
2.	ПМУ 4.44	Програмирање мобилних уређаја	2	1	1	**5**
3.	ОПТ 4.45	Оптоласерска техника	2	1	1	**5**
4.	СЗП -+4.46	Сензори и претварачи	2	2	0	**5**

Напомена:
- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем овог студијског програма студент стиче компетенције које му омогућавају:

- да програмира апликације,
- да пројектује, креира и одржава базе података,
- да пројектује и администрира рачунарске мреже,
- да инсталира, подешава и одржава рачунарску и мрежну опрему,
- да програмира на WEB –у,
- да програмира мобилне уређаје,
- да програмира микроконтролере,
- да повезује и контролише различите уређаје путем рачунара.

ГРАЂЕВИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

Распоред предмета по семестрима и годинама

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	МА1 5.01	Математика 1	I	2	2	0	**6**
2.	ПОП 5.02	Пословно право	I	2	0	0	**3**
3.	ФИЗ 5.03	Физика	I	2	2	0	**6**
4.	ЕНГ 5.04	Технички енглески језик	I	2	2	0	**4**
5.	ТЕМ 5.05	Техничка механика	I	2	3	0	**6**
6.	НАГ 5.06	Нацртна геометрија	I	2	3	0	**6**
7.	ОТМ 5.15	Отпорност материјала	II	2	2	0	**6**
8.	ГЕО 5.08	Геодезија	II	3	2	0	**6**
9.	ГМ1 5.09	Грађевински материјали 1	II	2	3	0	**6**
10.	РАТ 5.10	Рачунарска техника	II	2	0	2	**5**
11.	МА2 5.11	Математика 2	II	2	2	0	**6**
ДРУГА ГОДИНА							
12.	СТК 5.12	Статика конструкција	III	2	3	0	**6**
13.	ГМТ 5.13	Грађевинска механизација и тех. грађења	III	2	2	0	**6**
14.	РАГ 5.14	Рачунарска графика	III	2	0	2	**6**
15.	ГРК 5.07	Грађевинске конструкције	III	2	2	0	**5**
16.		Предмет изборног блока 1	III	2	2	0	**5**
17.		Предмет изборног блока 2	III	2	0	0	**4**
18.	БЕК 5.20	Бетонске конструкције	IV	2	3	0	**7**
19.	ХИД 5.21	Хидротехника	IV	2	2	1	**6**
20.	СА1 5.22	Саобраћајнице 1	IV	2	2	0	**6**
21.		Предмет изборног блока 3	IV				**4**
22.		Предмет изборног блока 4	IV				**5**
ТРЕЋА ГОДИНА							
23.	ЕЕФ 5.43	Енергетска ефикасност у зградарству	V	3	2	1	**6**
24.	ДМК 5.38	Дрвене и металне консдтрукције	V	2	2	0	**6**
25.	ОРГ 5.21	Организација радова у грађевинарству са менаџментом	V	2	3	0	**7**
26		Предмет изборног блока 5	V				**5**
27.		Предмет изборног блока 6	V				**6**
28	ЗРИ 5.42	Завршни радови и инсталације	VI	2	3	0	**6**
29.	МЕТ 5.35	Механика тла и фундирање	VI	3	2	0	**5**
30.	УПЛ 5.44	Урбанистичко планирање	VI	3	2	0	**5**
31.		Предмет изборног блока 7	VI				**4**
32.	СТП 5.25	Стручна пракса	VI				**3**
33.	ДИП 5.26	Завршни рад	VI				**7**
						Укупно ЕСПБ	**180**

ГРАЂЕВИНСКО ИНЖЕЊЕРСТВО

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
Предмети изборног блока 1.						
1.	ПРО 5.27	Пројектовање објеката високоградње	2	2	0	**5**
2.	ГРМ 5.28	Грађевински материјали 2	2	2	0	**5**
Предмети изборног блока 2.						
1.	УЖР 5.29	Управљање животним ресурсима	2	0	0	**4**
2.	БИЗ 5.30	Безбедност и здравље на раду	2	0	0	**4**
Предмети изборног блока 3.						
1.	МЕК 5.31	Менаџмент кадрова	2	0	0	**4**
2.	ПОК 5.32	Пословне комуникације	2	0	0	**4**
Предмети изборног блока 4.						
1.	УПЗ 5.34	Уводни принципи заштите животне средине	3	2	0	**5**
2.	ТДМ 5.33	3Д моделовање	2	2	0	**5**
Предмети изборног блока 5.						
1.	ИНС 5.35	Информациони системи	2	2	0	**5**
2.	СОГ 5.36	Софтвери у грађевинарству	2	2	0	**5**
Предмети изборног блока 6.						
1.	КГХ 5.37	КГХ системи	3	2	0	**6**
2.	СА2 5.38	Саобраћајнице 2	2	3	0	**6**
Предмети изборног блока 7.						
1.	РЕГ 5.39	Регулатива у грађевинарству	2	0	0	**4**
2.	УКИ 5.40	Градитељство и животна средина	2	2	0	**4**

Напомена:
- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем овог студијског програма студент стиче следеће компетенције које му омогућавају:

- да користи релевантне материјале при извођењу грађевинских објеката,
- да користи рачунарске технологије у циљу примене практичних знања ради пројектовања у грађевинарству,
- да користи одговарајућу опрему, примени нове технологије у грађевинарству,
- да руководи појединим фазама радова у оквиру високоградње, нискоградње и хидроградње
- да обавља инспекцијске послове у органима локалне самоуправе,
- да пројектује поједине фазе у оквиру израде идејног и главног пројекта.

ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

Распоред предмета по семестрима и годинама студија

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Сем.	Часови активне наставе			ЕСПБ
				ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	МАЈ 6.01	Математика 1	I	2	2	0	**6**
2.	УПЗ 6.02	Уводни принципи заштите животне средине	I	3	2	0	**7**
3.	ИНИ 6.08	Инжењерска информатика	I	2	1	2	**6**
4.	ПОП 6.04	Пословно право	I	2	0	0	**3**
5.	ТЕМ 6.05	Технички материјали	I	3	2	0	**7**
6.	МАД 6.06	Математика 2	II	2	2	0	**6**
7.	ТЕЈ 6.07	Технички енглески језик	II	2	2	0	**4**
8.	ФИЗ 6.03	Физика	II	2	1	1	**6**
9.	ТМЕ 6.09	Техничка механика	II	3	2	0	**8**
10.	ТЦН 6.10	Техничко цртање	II	2	3	0	**7**
ДРУГА ГОДИНА							
11.	ОРА 6.12	Одрживи развој	III	2	2	0	**5**
12.	ЕТП 6.11	Еко стандарди и технички прописи	III	2	0	0	**4**
13.	СИА 6.17	Статистика и анализа	III	2	2	0	**5**
14.	ЕЛЕ 6.14	Електротехника са електроником	III	2	2	0	**5**
15.	ТЕР 6.15	Термоенергетика	III	2	2	0	**6**
16.	ИНЗЖ 1	Предмет изборног блока 1.	III	2	2	0	**3**
17.	АИЕ 6.18	Алтернативни извори енергије	IV	2	2	0	**6**
18.	ЕЕФ 6.16	Енергетска ефикасност	IV	2	2	0	**6**
19.	МКП 6.13	Мерење и контрола параметара животне средине	IV	2	2	0	**5**
20.	ЕИО 6.19	Енергија и околина	IV	2	0	0	**6**
21.	ИНЗЖ 2	Предмет изборног блока 2.	IV	2	0	0	**3**
22.	ИНЗЖ 2	Предмет изборног блока 2.	IV	2	2	0	**6**
ТРЕЋА ГОДИНА							
23.	ГЖС 6.21	Градитељство и животна средина	V	2	2	0	**5**
24.	ПУТ 6.22	Процена утицаја на животну средину	V	2	2	0	**4**
25.	РЕТ 6.29	Рециклажне технологије	V	2	3	0	**6**
26.	ИНЗЖ 3	Предмет изборног блока 3.	V	2	2	0	**6**
27.	ИНЗЖ 3	Предмет изборног блока 3	V	2	2	0	**6**
28.	ОМС 6.23	Системи заштите животне средине	VI	3	2	0	**6**
29.	УПО 6.20	Управљање отпадом	VI	2	2	0	**5**
30.	ИНЗЖ 4	Предмет изборног блока 4.	VI	2	3	0	**6**
31.	ИНЗЖ 4	Предмет изборног блока 4.	VI	2	2	0	**6**
32.	СПР 6.25	Стручна пракса	VI	0	0	3	**3**
33.	ЗАР 6.26	Завршни рад	VI	0	0	6	**7**
						Укупно ЕСПБ	**180**

ЗАШТИТА ЖИВОТНЕ СРЕДИНЕ

Изборна настава

Р. бр.	Шифра предмета	Назив предмета	Часови активне наставе			ЕСПБ
			ПРЕД	ВЕЖ	ДОН	
Предмети изборног блока 1.						
1.	КЗМ 6.26	Корозија и заштита материјала	2	2	0	**6**
2.	БЗР 6.30	Безбедност и здравље на раду	2	0	0	**3**
Предмети изборног блока 2.						
1.	УЖР 6.32	Управљање животним ресурсима	2	0	0	**3**
2.	МЕК 6.29	Менаџмент кадрова	2	0	0	**3**
3.	ПОК 6.31	Пословне комуникације	2	0	0	**3**
4	МИК 6.27	Мерење и контрола параметара радне средине	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 3.						
1.	ИЕК 6.33	Индустријска екологија	2	2	0	**6**
2.	ЕКИ 6.34	Еколошко инжењерство	2	2	0	**6**
3.	АЖЦ 6.35	Анализа животног циклуса	2	2	0	**6**
4	ИНС 6.36	Информациони системи	2	2	0	**6**
Предмети изборног блока 4.						
1.	ЗГП 6.37	Зрачење и глобалне промене	2	3	0	**6**
2.	БИВ 6.17	Бука и вибрације у радној и животној средини	2	3	0	**6**
3.	ТЕР 6.38	Теорија ризика	2	2	0	**6**
4.	ОДИ 6.40	Обновљиви дисперзни извори напајања	2	3	0	**6**

Напомена:

- студент бира потребан број изборних предмета да би остварио најмање 60 ЕСПБ по години студија;
- за предмет стручна пракса студент бира један од предмета из групе стручно-апликативних предмета;
- завршни рад се ради по правилу из групе стручно-апликативних предмета.

Савладавањем овог студијског програма студент стиче следеће компетенције које му омогућавају:

- да прикупља, анализира и систематизује теоретске и практичне проблеме из области заштите животне средине и да предвиђа решења и последице при решавању тих проблема,
- да примењује законе и прописе, у складу са светским, привредним и друштвеним развојем, као и са принципима заштите животне средине,
- да влада основним дисциплинама у области просторног планирања, као и заштите животне средине и савременим информационим технологијама,
- да пројектује поједине фазе у оквиру израде идејног и главног пројекта у области просторног планирања.

МАСТЕР СТРУКОВНЕ СТУДИЈЕ

Закон о Високом образовању дозволио је струковним школама да развију курикулуме којима ће будући студенти стећи диплому мастера струковних студија.

Програм на мастер студијама је организован тако да се наставља након основних студија. После стицања дипломе струковног инжењера у трајању од 3 године и са остварених 180 ЕСПБ бодова, студенти могу да наставе студирање и на мастер програмима у трајању од 2 године. На тај начин стичу **звање струковног мастер инжењера,** диплому **2. степена високог образовања**, са остварених **120 ЕСПБ** бодова, што је са основним студијама укупно **300 ЕСПБ** бодова.

На одсеку се реализују следећи мастер студијски програми:

- **УПРАВЉАЊЕ ОТПАДОМ**
- **МУЛТИМЕДИЈАЛНЕ КОМУНИКАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ**
- **ИНФОРМАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ И СИСТЕМИ**
- **ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ**
- **ПРОИЗВОДНО-ИНФОРМАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ**
- **ГРЂЕВИНСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ И УПРАВЉАЊЕ ИЗГРАДЊОМ**

Програми који су акредитовани настали су у сарадњи са релевантним партнерима из привреде, јавног сектора, али и у сарадњи са међународним универзитетима током сарадње на различитим пројектима.

Важан сегмент мастер струковних студија које се изводе на Одсеку Ниш је управо стручна пракса која се изводи у партнерству са приватним и јавним сектором. Стручна пракса представља основу за израду мастер рада и то је важна разлика која разликује струковног мастер инжењера од академског мастер инжењера.

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: УПРАВЉАЊЕ ОТПАДОМ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	ЕСПБ
	ПРВА ГОДИНА			
1.	Директиве и стандарди у заштити животне средине	I	обавезни	**4**
2.	Социјална екологија	I	обавезни	**5**
3.	Рециклабилни материјали	I	обавезни	**8**
4.	Логистика отпада	I	обавезни	**7**
5.	**Предмет изборног блока 1**	I	изборни	**6**
6.	Испитивање и карактеризација отпада	II	обавезни	**6**
7.	Управљање пројектима	II	обавезни	**6**
8.	Технологије прераде отпада	II	обавезни	**7**
9.	Стручна пракса 1	II	обавезни	**4**
10.	**Предмет изборног блока 2**	II	изборни	**7**
	ДРУГА ГОДИНА			
11.	Енергетски потенцијал отпада	III	обавезни	**6**
12.	Сензорски системи	III	обавезни	**6**
13.	**Предмет изборног блока 3**	III	изборни	**7**
14.	**Предмет изборног блока 4**	III	изборни	**7**
15.	Стручна пракса 2	III	обавезни	**4**
16.	Обрада и анализа података	IV	обавезни	**6**
17.	Одрживост управљања отпадом	IV	обавезни	**6**
18.	Примењени истраживачки рад	IV	обавезни	**8**
19.	Завршни мастер рад	IV		**10**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	ЕСПБ
	Предмет изборног блока **1 (бира се један од два понуђена предмета)**		
1.	Софтверски алати у заштити животне средине	I	**6**
2.	Пословни енглески	I	**6**
	Предмет изборног блока 2 (бира се један од два понуђена предмета)		
3.	Екодизајн	II	**7**
4.	Пројектовање депонија	II	**7**
	Предмет изборног блока 3 (бира се један од два понуђена предмета)		
5.	Управљање индустријским отпадом	III	**7**
6.	Управљање биоразградивим отпадом	III	**7**
	Предмет изборног блока 4 (бира се један од два понуђена предмета)		
7.	Мониторинг постројења за третман отпада	III	**7**
8.	Технологија прераде отпадних вода	III	**7**

Завршавањем овог студијског програма студенти се оспособљавају за:

- **анализу и разумевање проблема у области животне средине и нарочито области управљања отпадом**
- **примену метода и алата за решавање тих проблема**
- **оцењивање сложених еколошких, социјалних и економских интеракција у одрживом управљању животном средином и – конкретно управљању отпадом**
- **критички приступ и оцену законских оквира у области заштите животне средине и управљања отпадом**
- **обезбеђивање квалитета стручног образовања и стално праћење и евалуација резултата,**

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: МУЛТИМЕДИЈАЛНЕ КОМУНИКАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	Обрада мултимедијалних сигнала	1	Обавезни	3	2	0	**8**
2.	Технике бежичног преноса	1	Обавезни	3	2	0	**8**
3.	Дигитални ТК системи	1	Обавезни	3	2	0	**8**
4.	Енглески језик	1	Обавезни	2	3	0	**4**
5.	Напредне ВЕБ технологије	2	Обавезни	3	2	0	**7**
6.	Мерења у ТК системима	2	Обавезни	3	2	0	**6**
7.	Бежичне сензорске мреже	2	Обавезни	3	2	0	**7**
8.	Стручна пракса 1	2	Обавезни	0	0	0	**5**
9.	*Предмет изборног блока 1*	2	Изборни	2	3	0	**7**
ДРУГА ГОДИНА							
10.	Активни мрежни уређаји	3	Обавезни	3	2	0	**6**
11.	Програмски алати за развој софтвера	3	Обавезни	3	2	0	**6**
12.	Мултимедијалне комуникације	3	Обавезни	3	2	0	**6**
13.	*Предмет изборног блока 2*	3	Изборни	2	3	0	**7**
14.	Стручна пракса 2	3	Обавезни	0	0	0	**5**
15.	*Предмет изборног блока 3*	4	Изборни	3	2	0	**7**
16.	*Предмет изборног блока 3*	4	Изборни	3	2	0	**7**
17.	Примењени истраживачки рад	4	Обавезни	0	0	0	**6**
18.	Завршни мастер рад	4	Обавезни	0	0	6	**10**
						Укупно часова и ЕСПБ	**120**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
Предмет изборног блока 1 (бира се један од два понуђена предмета)							
1.	Дистрибуирани системи	2	Изборни	2	3	0	**7**
2.	Заштитно кодовање	2	Изборни	2	3	0	**7**
Предмет изборног блока 2 (бира се један од два понуђена предмета)							
3.	ИП комуникације	3	Изборни	2	3	0	**7**
4.	Мобилни оперативни системи	3	Изборни	2	3	0	**7**
Предмет изборног блока 3 (бирају се два од четири понуђена предмета)							
5.	Пројектовање информационих система	4	Изборни	3	2	0	**7**
6.	Развој мултимедијалних апликација	4	Изборни	3	2	0	**7**
7.	Терминални мултимедијални уређаји	4	Изборни	3	2	0	**7**
8.	Архивирање ММ садржаја	4	Изборни	3	2	0	**7**

Завршавањем овог студијског програма студенти се оспособљавају за:

- **креирање, пројектовање и реализацију мултимдијалних система,**
- **за пројектовање и реализацију комуникације на релацији човек – машина.**
- **за обраду разних мултимедијалних садржаја.**
- **за заштиту мултимедијалних система као и садржаја.**
- **за праћење стандарда у области мултимедијалних комуникација и др.**

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ИНФОРМАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ И СИСТЕМИ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	Клијентске технологије	1	Обавезни	3	2	0	**7**
2.	Android програмирање	1	Обавезни	3	2	0	**7**
3.	Агилно ИТ Пословање	1	Обавезни	3	2	0	**7**
4.	3Д моделовање	1	Обавезни	3	2	0	**7**
5.	Програмирање embedded система	2	Обавезни	3	2	0	**7**
6.	Безбедност апликација	2	Обавезни	3	2	0	**7**
7.	Стручни енглески језик	2	Обавезни	2	2	0	**6**
8.	Стручна пракса 1	2	Обавезни	0	0	0	**4**
9.	Предмет изборног блока 1	2	Изборни	3	3	0	**8**
ДРУГА ГОДИНА							
10.	Серверске технологије	3	Обавезни	3	2	0	**7**
11.	Програмски алати за развој софтвера	3	Обавезни	3	2	0	**7**
12.	Интелигентни системи	3	Обавезни	3	2	0	**7**
13.	Стручна пракса 2	3	Обавезни	0	0	0	**4**
14.	Предмет изборног блока 2	4	Изборни	3	2	0	**7**
15.	Предмети изборног блока 3	4	Обавезни	3	2	0	**7**
16.	Предмети изборног блока 3	4	Обавезни	3	2	0	**7**
17.	Примењени истраживачки рад	4	Обавезни	0	0	3	**4**
18.	Мастер завршни рад	4		0	0	0	**10**
						Укупно часова и ЕСПБ	**120**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
Предмет изборног блока 1 (бира се један од два понуђена предмета)							
1.	Пословна софтверска ОС решења	2	Изборни	3	3	0	**8**
2.	Системи складиштења података	2	Изборни	3	3	0	**8**
Предмет изборног блока 2 (бира се један од два понуђена предмета)							
3.	Програмирање база података	4	Изборни	3	2	0	**7**
4.	Заштита мултимедијалних података	4	Изборни	3	2	0	**7**
Предмет изборног блока 3 (бирају се један од четири понуђена предмета)							
5.	Креирање мултимедијалних садржаја	4	Изборни	3	2	0	**7**
6.	Тестирање квалитета софтвера	4	Изборни	3	2	0	**7**
7.	Анализа великих података – Биг дата	4	Изборни	3	2	0	**7**
8.	IoT програмирање	4	Изборни	3	2	0	**7**

Завршавањем овог студијског програма студенти се оспособљавају да:

- **примене стечено знање и вештине из више различитих области у информационим технологијама и системима (спроведу интеграцију информационих технологија и система у окружење корисника;**
- **реализују софтверска и хардверска решења на савременим платформама у области информационих технологија и система (мобилни и ИоТ уређаји);**
- **спроведу критичку анализу и оцењивања перформанси рада и оптимизацију информационих система на основу постављених захтева корисника (валидација и тестирање софтвера);**
- **практично примене савремене развојне алате и технологије у циљу повећања безбедности информационих система (пен тест и тестови безбедности);**
- **препознају потребу за сталним професионалним усавршавањем;**
- **тимски раде у познатом и непознатом окружењу;**

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ДРУМСКИ САОБРАЋАЈ И ТРАНСПОРТ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	Управљање у безбедности саобраћаја	1	Обавезни	3	2	0	**8**
2.	Терминали и паркирање	1	Обавезни	3	2	0	**7**
3.	Технологија транспорта путника	1	Обавезни	3	2	0	**8**
4.	Предмети изборног блока 1	1	Изборни	3	2	0	**7**
5.	Експертизе саобраћајних незгода	2	Обавезни	3	4	0	**8**
6.	Управљање радом возних паркова	2	Обавезни	3	4	0	**8**
7.	Предмети изборног блока 2	2	Изборни	3	3	0	**8**
8.	Стручна пракса 1	2	Обавезни	0	0	0	**6**
ДРУГА ГОДИНА							
9.	Саобраћајно пројектовање	3	Обавезни	3	4	0	**8**
10.	Технике контроле у саобраћају	3	Обавезни	3	4	0	**8**
11.	Предмети изборног блока 3	3	Изборни	3	3	0	**8**
12.	Стручна пракса 2	3	Обавезни	0	0	0	**6**
13.	Предмети изборног блока 4	4	Изборни	3	2	0	**8**
14.	Примењени истраживачки рад	4	Обавезни	0	0	0	**10**
15.	Мастер рад	4	Обавезни	0	0	0	**12**
						Укупно часова и ЕСПБ	**120**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
Предмет изборног блока 1 (бира се један од два понуђена предмета)							
1.	Енглески језик	1	Изборни	3	2	0	**7**
2.	Статистика	1	Изборни	3	2	0	**7**
Предмет изборног блока 2 (бира се један од два понуђена предмета)							
3.	Динамика возила	2	Изборни	3	3	0	**8**
4.	Паметни градови	2	Изборни	3	3	0	**8**
Предмет изборног блока 3 (бирају се један од два понуђена предмета)							
5.	Транспортне мреже	3	Изборни	0	0	0	**6**
6.	Технологија рада ЦОВ	3	Изборни	0	0	0	**6**
Предмет изборног блока 4 (бирају се један од два понуђена предмета)							
7.	Технологија транспорта робе	4	Изборни	3	2	0	**8**
8.	Системи квалитета у друмском транспорту	4	Изборни	3	2	0	**8**

Завршавањем овог студијског програма студенти се оспособљавају за:

- **прикупљање, анализе, синтезе и систематизације података из области саобраћајног инжењерства у циљу предлагања оптималног решења,**
- **овладавање методама, поступцима и процесима истраживања у области саобраћајног инжењерства**
- **шире тумачење и сагледавање проблема који прате друмски саобраћај и транспорт, као и изналажење и реализовање одговарајућих решења,**
- **интеграцију знања из ужих области, разумевање и решавање сложених практичних проблема у привреди и друштву из области саобраћајног инжењерства,**
- **доношење одлука приликом планирања и спровођења управљачких мера у циљу побољшања тренутног стања у друмском саобраћају и транспорту и**
- **организацију тимскпг рад на решавању свих проблема који неминовно прате друмски саобраћај и транспорт.**

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ПРОИЗВОДНО-ИНФОРМАЦИОНЕ ТЕХНОЛОГИЈЕ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
ПРВА ГОДИНА							
1.	Савремени инжињерски материјали	1	Обавезни	3	2	0	**8**
2.	Пројектовање технолошких процеса	1	Обавезни	3	3	0	**8**
3.	3Д моделирање производа	1	Обавезни	2	2	0	**7**
4.	Предмет изборног блока 1	1	Изборни	3	2	0	**7**
5.	Информационе технологије у производњи	2	Обавезни	3	4	0	**8**
6.	Рачунаром подржана производња	2	Обавезни	3	4	0	**8**
7.	Предмет изборног блока 2	2	Изборни	3	3	0	**8**
8.	Стручна пракса 1	2	Обавезни	0	0	0	**6**
ДРУГА ГОДИНА							
9.	Савремени обрадни системи	3	Обавезни	3	3	0	**8**
10.	Управљање одржавањем хидрауличких и пнеуматских система	3	Обавезни	3	4	0	**8**
11.	Предмет изборног блока 3	3	Изборни	3	4	0	**8**
12.	Стручна пракса 2	3	Обавезни	0	0	6	**6**
13.	Предмет изборног блока 4	4	Изборни	3	2	0	**8**
14.	Мастер рад - примењени истраживачки рад (ПИР)	4	Обавезни	0	0	0	**10**
15.	Мастер рад – израда и одбрана рада	4	Обавезни	0	0	0	**12**
						Укупно часова и ЕСПБ	**120**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава			ЕСПБ
				ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	
Предмет изборног блока 1 (бира се један од два понуђена предмета)							
1.	Пословни енглески језик	1	Изборни	3	2	0	**7**
2.	Дигиталне стратегије у образовању	1	Изборни	3	2	0	**7**
Предмет изборног блока 2 (бира се један од два понуђена предмета)							
3.	Транспортни системи у производњи	2	Изборни	3	3	0	**8**
4.	Пројектовање машина са аспекта безбедности	2	Изборни	3	3	0	**8**
Предмет изборног блока 3 (бира се један од два понуђена предмета)							
5.	Савремене технике спајања делова	4	Изборни	3	4	0	**8**
6.	Адитивне технологије	4	Изборни	3	4	0	**8**
Предмет изборног блока 4 (бира се један од два понуђена предмета)							
7.	Интегрисани системи управљања	4	Изборни	3	2	0	**8**
8.	Управљање квалитетом производње	4	Изборни	3	2	0	**8**

Завршавањем овог студијског програма студенти се оспособљавају да:

- **врше анализу понашања материјала у производним обрадним процесима;**
- **креирају CAD модел производа и исти посредством рачунарски подржаних производних алата и средстава израде према дефинисаном технолошком поступку;**
- **применом савремених поступака обраде и технологија, у динамичном пословном окружењу, успешно воде сложене производне пројекте;**
- **посредством инфрмационог система размењују информације, прате технолошки поступак производње и раде са пројектном документацијом;**
- **управљају одржавањем машисних система а посебно хидрауличких и пнеуматских система према стандарду ISO/TS (IATF) 16949;**
- **применом алата за статичку контролу процеса врше проверу и контролу квалитета;**
- **разумеју место, улогу и одговорност струковног мастер инжењера машинства у производњи;**

СТУДИЈСКИ ПРОГРАМ: ГРАЂЕВИНСКЕ КОНСТРУКЦИЈЕ И УПРАВЉАЊЕ ИЗГРАДЊОМ

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	ЕСПБ
	ПРВА ГОДИНА						
1.	Конструктивни системи	1	Обавезни	3	3	0	**8**
2.	Посебни проблеми фундирања	1	Обавезни	3	3	0	**8**
3.	Грађевинско урбанистичке процедуре	1	Обавезни	2	2	0	**7**
4.	Предмет изборног блока 1	1	Изборни	2	2	0	**7**
5.	Одабрана поглавља челичних конструкција	2	Обавезни	3	3	0	**7**
6.	Стручни енглески језик	2	Обавезни	2	2	0	**5**
7.	БИМ у управљању грађењем	2	Обавезни	3	3	0	**7**
8.	Стручна пракса 1	2	Обавезни	0	0	0	**4**
9.	Предмет изборног блока 1	2	Обавезни	2	2	0	**7**
	ДРУГА ГОДИНА						
10.	Одабрана поглавља бетонских и зиданих конструкција	3	Обавезни	4	4	0	**8**
11.	Контрола квалитета у грађевинарству	3	Обавезни	3	3	0	**8**
12.	Стручна пракса 2	3	Изборни	0	0	0	**4**
13.	Предмет изборног блока 3	3	Обавезни	3	3	0	**8**
14.	Управљање грађењем	4	Обавезни	3	3	0	**7**
15.	Предмет изборног блока 4	4	Изборни	2	2	0	**7**
16.	Примењени истраживачки рад	4	Обавезни				**4**
17.	Завршни мастер рад	4	Обавезни				**14**
						Укупно часова и ЕСПБ	**120**

Листа изборних предмета

Р. бр.	Назив предмета	Сем.	Статус предмета	Активна настава ПРЕ	ВЕЖ	ДОН	ЕСПБ
	Предмет изборног блока 1						
1.	Инжењерска етика	1	Изборни	2	2	0	**7**
2.	Дигиталне стратегије у пословању	1	Изборни	2	2	0	**7**
	Предмет изборног блока 2						
3.	Грађење и одржавање објеката нискоградње	2	Изборни	2	2	0	**7**
4.	Грађење и одржавање објеката високоградње	2	Изборни	2	2	0	**7**
	Предмет изборног блока 3						
5.	Примена табеларних прорачуна	3	Изборни	3	3	0	**8**
6.	Одрживи развој насеља	3	Изборни	3	3	0	**8**
	Предмет изборног блока 4						
7.	Паметни градови	4	Изборни	2	2	0	**7**
8.	Управљање грађевинским отпадом	4	Изборни	2	2	0	**7**

Завршавањем овог студијског програма студент стиче компетенције које им омогућавају да:

- **да користи релевантне материјале при извођењу грађевинских објеката,**
- **да користи рачунарске технологије у циљу примене практичних знања ради пројектовања у грађевинарству,**
- **да користи одговарајућу опрему, примени нове технологије у грађевинарству,**
- **да руководи појединим фазама радова у оквиру високоградње, нискоградње и хидроградње**
- **да обавља инспекцијске послове у органима локалне самоуправе,**
- **да пројектује поједине фазе у оквиру израде идејног и главног пројекта.**

Примери задатака према програму пријемног испита из математике

Рационални алгебарски изрази

Приликом сређивања алгебарских израза најчешће се користе формуле за растављање полинома на чиниоце:

$ax \pm bx = x(a \pm b)$ (издвајање заједничког чиниоца)

$ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y) = (a+b)(x+y)$ (груписање чланова)

$x^2 \pm 2xy + y^2 = (x \pm y)^2$ (квадрат збира / разлике)

$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ (разлика квадрата)

$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$ (збир / разлика кубова)

$x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3 = (x \pm y)^3$ (куб збира / разлике)

1. Упростити израз: $\left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}\right)\frac{ab}{a-b}$.

Решење:

$$\left(\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}\right)\frac{ab}{a-b} = \frac{b^3 - a^3}{a^3b^3}\left(-\frac{ab}{b-a}\right) = \frac{(b-a)(b^2+ab+a^2)}{(ab)^3}\left(-\frac{ab}{b-a}\right) =$$
$$= -\frac{b^2+ab+a^2}{(ab)^2}, (a, b \neq 0, a \neq b).$$

2. Скратити разломак: $\frac{x^2+xy+x+y}{x^2+2xy+y^2}$.

Решење:

$$\frac{x^2+xy+x+y}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x(x+y)+(x+y)}{(x+y)^2} = \frac{(x+y)(x+1)}{(x+y)^2} = \frac{x+1}{x+y}, (x+y \neq 0).$$

3. Ако је $f(x) = \frac{x^2-2x-1}{x^2+2x-1}$, израчунати $f(\sqrt{2}+1)$.

Решење:

Како је $f(x) = \frac{x^2-2x-1}{x^2+2x-1} = \frac{x^2-2x+1-1-1}{x^2+2x+1-1-1} = \frac{(x-1)^2-2}{(x+1)^2-2}$, то је $f(\sqrt{2}+1) = \frac{\left(\sqrt{2}+1-1\right)^2-2}{\left(\sqrt{2}+1+1\right)^2-2} = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2-2}{\left(\sqrt{2}+2\right)^2-2} = \frac{2-2}{2+4\sqrt{2}+4-2} = 0$.

4. Израчунати вредност израза $\left((a+a^{-1})-(b+b^{-1})\right)^{\frac{1}{2}}$ за $a=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$ и $b=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

Решење:

Како је

$$a+a^{-1}=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\left(2-\sqrt{3}\right)^2+\left(2+\sqrt{3}\right)^2}{\left(2+\sqrt{3}\right)\cdot\left(2-\sqrt{3}\right)}=$$
$$=\frac{4-4\sqrt{4}+3+4+4\sqrt{3}+3}{4-3}=14$$

и

$$b+b^{-1}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=$$
$$=\frac{3-2\sqrt{6}+2+3+2\sqrt{6}+2}{3-2}=10$$

то је $\left((a+a^{-1})-(b+b^{-1})\right)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{14-10}=\sqrt{4}=2$.

5. Показати да вредност израза A не зависи од a и b:

$$A=\left(\frac{\frac{a^2+b^2}{ab}}{\frac{a^2-b^2}{ab}}+\frac{1}{\frac{a+b}{a}}-\frac{1}{\frac{a-b}{a}}\right):\frac{\frac{a+b-(a-3b)}{a+b}}{\frac{3a+b-3(a-b)}{a-b}}.$$

Решење:

$$A=\left(\frac{\frac{a^2+b^2}{ab}}{\frac{a^2-b^2}{ab}}+\frac{1}{\frac{a+b}{a}}-\frac{1}{\frac{a-b}{a}}\right):\frac{\frac{a+b-(a-3b)}{a+b}}{\frac{3a+b-3(a-b)}{a-b}}=$$

$$=\left(\frac{a^2+b^2}{(a-b)(a+b)}+\frac{a}{a+b}-\frac{a}{a-b}\right):\frac{\frac{4b}{a+b}}{\frac{4b}{a-b}}=\frac{a^2+b^2+a(a-b)-a(a+b)}{(a-b)(a+b)}:\frac{a-b}{a+b}=$$
$$=\frac{a^2-2ab+b^2}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}=\frac{(a-b)^2}{(a-b)^2}=1;$$

$(a\neq 0, b\neq 0, a-b\neq 0, a+b\neq 0)$.

Линеарне једначине и неједначине

Једначина облика $ax+b=0, a,b\in R$, назива се *линеарна једначина са једном непознатом*. Уколико важи да је:

1. $a \neq 0$, једначина има јединствено решење $x = -\frac{b}{a}$;
2. $a = 0, b = 0$, једначина је неодређена и има бесконачно много решења;
3. $a = 0, b \neq 0$, једначина је немогућа и нема решења.

6. Решити једначину: $\frac{2a-x}{1-2a} - \frac{2a+x}{2a+1} = \frac{2ax}{4a^2-1}$.

Решење:

За $a \neq \pm\frac{1}{2}$ дата једначина је еквивалентна једначини:

$(x-2a)(2a+1) - (2a+x)(2a-1) - 2ax = 0$,

па се после сређивања добија једначина $(1-a)x = 4a^2$, која за $a \neq 1$ има јединствено решење $x = \frac{4a^2}{1-a}$. За $a = 1$ једначина је немогућа.

Квадратне једначине и неједначине. Квадратна функција

Једначина облика $ax^2 + bx + c = 0, a, b, c \in R, a \neq 0$, назива се *квадратна једначина.* Решења квадратне једначине дата су формулом:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Израз под кореном $D = b^2 - 4ac$, назива се *дискриминанта квадратне једначине* и од ње зависи природа решења квадратне једначине:

1. $D > 0$, решења су реална и различита;
2. $D = 0$, решења су реална и једнака;
3. $D < 0$, решења су конјуговано комплексни бројеви.

Ако су x_1, x_2 решења квадратне једначине, важи следеће:

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, (Виетове формуле);

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

7. Одредити m тако да решења једначине $3x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ задовољавају услов $x_1^3 + 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 + x_2^3 = 64$.

Решење:

Према Виетовој формули је $x_1 + x_2 = \frac{2m}{3}$ и како је $x_1^3 + 3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 + x_2^3 = (x_1 + x_2)^3$ и $64 = 4^3$, то је $x_1 + x_2 = 4$ тј. $\frac{2m}{3} = 4$, одакле је $m = 6$.

8. Одредити параметар a тако да један од корена једначине $x^2 - \frac{15}{4}x + a = 0$ буде квадрат другог корена.

Решење:

Према Виетовим формулама је $x_1 + x_2 = \frac{15}{4}$ и $x_1 \cdot x_2 = a$ и како је један корен квадрат другог тј. $x_1 = x_2^2$ то је $x_2^2 + x_2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow 4x_2^2 + 4x_2 - 15 = 0$. Одавде је $x_2' = \frac{3}{2}$ и $x_2'' = -\frac{5}{2}$ и како је $a = x_2^3$ то постоје две вредности параметра *a* које задовољавају постављени услов: $a_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$ и $a_2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = -\frac{125}{8}$.

9. Не решавајући квадратну једначину $x^2 - x + m = 0$, одредити параметар $m \in R$, тако да њена решења задовољавају услов $x_1^3 + x_2^3 = 7$.

Решење:

Користећи Виетове формуле добијамо да је $x_1 + x_2 = 1$ а $x_1 \cdot x_2 = m$. Како је

$$
\begin{aligned}
x_1^3 + x_2^3 &= (x_1 + x_2)\cdot(x_1^2 - x_1 \cdot x_2 + x_2^2) = \\
&= (x_1 + x_2)\cdot(x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_2) = \\
&= (x_1 + x_2)\cdot((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2) = \\
&= 1\cdot(1^2 - 3m) = \\
&= 1 - 3m
\end{aligned}
$$

и $x_1^3 + x_2^3 = 7$, па је $1 - 3m = 7$, а $m = -2$.

10. Решити неједначину $\frac{4x-2}{-x^2+3x+4} > 1$.

Решење:

Дата неједначина може се представити у облику $\frac{4x-2}{-x^2+3x+4} - 1 > 0$ тј. $\frac{x^2+x-6}{-x^2+3x+4} > 0$ односно $\frac{(x-2)\cdot(x+3)}{(x+1)\cdot(x-4)} < 0$. Решења последње неједначине су $x \in (-3, -1) \cup (2,4)$. Шематски приказ решења дат је у табели.

x	-3	-1	2	4	
$(x-2)\cdot(x+3)$	+	-	-	+	+
$(x+1)\cdot(x-4)$	+	+	-	-	+
$\frac{(x-2)\cdot(x+3)}{(x+1)\cdot(x-4)}$	+	-	+	-	+

11. Решити једначину

$$\sqrt{x+10} - \frac{6}{\sqrt{x+10}} = 5.$$

Решење:

Сменом $\sqrt{x+10}=t$ једначина постаје $t-\frac{6}{t}=5$, односно, $t^2-5t-6=0$.

Корени ове једначине су $t_1=6$ и $t_2=-1$. Међутим, $t_2=-1$ није решење, јер t не може бити негативно. За $t=6$ добијамо $x+10=36$ тј. $x=26$.

12. Решити једначину: $2\left(\frac{x^2+1}{x}\right)^2-9\left(\frac{x^2+1}{x}\right)+10=0.$

Решење: Увођењем смене $t=\frac{x^2+1}{x}$, једначина има облик: $2t^2-9t+10=0$, а њена решења су $t_1=\frac{5}{2}$ и $t_2=2$. Тада је:

$$\frac{x^2+1}{x}=\frac{5}{2} \lor \frac{x^2+1}{x}=2,$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-5x+2=0 \lor x^2-2x+1=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x_1=2,\ \ x_2=\frac{1}{2},\ x_3=x_4=1.$$

Степеновање. Кореновање. Логаритмовање

Основна својства *степена* реалних бројева дата су следећим формулама:

$$a^1=a, a^{n+1}=a^n a\ ,\ \ (a\in R, n\in N);$$
$$a^0=1,\ \ (a\neq 0);$$
$$a^{-n}=\frac{1}{a^n},\ \ (a\neq 0, n\in N);$$
$$a^m a^n=a^{m+n},$$
$$a^m : a^n=a^{m-n},$$
$$(a^m)^n=a^{mn},$$
$$(ab)^n=a^n b^n,$$
$$(a:b)^n=a^n : b^n,\ \ (a,b\in R\backslash\{0\}, m,n\in Z).$$

Основна својства *корена* реалних бројева са природним изложиоцима су:

$$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} a, n-neparan \\ |a|, n-paran \end{cases},\ \ (a\in R, n\in N),$$
$$\sqrt[n]{a^m}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^m=a^{\frac{m}{n}},$$
$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab},$$
$$\sqrt[n]{a}:\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a:b},\ (b\neq 0),$$
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[nm]{a},$$
$$\sqrt[n]{a^m}=\sqrt[np]{a^{mp}},\ \ (a\geq 0, b\geq 0, m,n,p\in N).$$

Логаритам броја $b, (b > 0)$, за основу $a, (a > 0 \wedge a \neq 1)$, дефинише се на следећи начин:

$$\boxed{log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b.}$$

Ако је $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, s \in R, r \in R\{0\}$, тада важи:

$$a^{log_a b} = b,$$
$$log_a a = 1,$$
$$log_a 1 = 0,$$
$$log_a b = \frac{1}{log_b a},$$
$$log_a b = \frac{log_c b}{log_c a},$$
$$log_a b^s = s\, log_a b,$$
$$log_{a^r} b = \frac{1}{r} log_a b,$$
$$log_a b\, c = log_a b + log_a c,$$
$$log_a \frac{b}{c} = log_a b - log_a c.$$

13. Решити једначину: $9^x + 3^{x+1} + 2 = 0$.

Решење:

Дату једначину можемо записати као $(3^x)^2 + 3 \cdot 3^x + 2 = 0$. После увођења смене $3^x = t$ добијамо $t^2 + 3t + 2 = 0$, одакле је $t_1 = -1$ и $t_2 = -2$. Како је $3^x > 0$ то једначина нема решења.

14. Решити једначину: $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 4$.

Решење:

Дата једначина еквивалентна је једначини:

$$\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}\cdot\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)^x = 4, \text{ тј. } \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \frac{1}{\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x} = 4.$$

Увођењем смене $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = t$ добијамо $t + \frac{1}{t} = 4$ тј. $t^2 - 4t + 1 = 0$. Одавде добијамо $t_1 = 2 - \sqrt{3}$ и $t_2 = 2 + \sqrt{3}$

тј.

$$(2-\sqrt{3})^{\frac{x}{2}} = (2-\sqrt{3}) \text{ и } (2-\sqrt{3})^{\frac{x}{2}} = 2+\sqrt{3} = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\cdot(2-\sqrt{3}) = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})^{-1},$$

$$\frac{x}{2} = 1 \quad \vee \quad \frac{x}{2} = -1,$$
$$x = 2 \quad \vee \quad x = -2.$$

15. Израчунати вредност израза: $2\,log_5 1\,25 \cdot 2^{1+log_2 4} - 3^{2\,log_3 9-1}$.

Решење:

$2\,log_5 1\,25 \cdot 2^{1+log_2 4} - 3^{2\,log_3 9-1} = 2\,log_5 5^3 \cdot 2^{1+log_2 2^2} - 3^{2\,log_3 3^2-1} = 2 \cdot 3 \cdot 8 - 27 = 21.$

16. Решити једначину: $log\sqrt{x-5} + log\sqrt{2x-3} + 1 = log\,3\,0$.

Решење:

Нека је $x-5>0$ и $2x-3>0$, тј. $x>5$. Дата једначина еквивалентна је једначини $log\sqrt{(x-5)\cdot(2x-3)} = log\,3$, тј. $(x-5)\cdot(2x-3)=9$, односно, једначини $2x^2-13x+6=0$ чија су решења $x_1=6$ и $x_2=\frac{1}{2}$, од којих је само прво решење полазне једначине.

17. Решити једначину: $log_x 2 - log_4 x + \frac{7}{6} = 0$.

Решење:

Нека је $x>0$ и $x\neq 1$. Дата једначина еквивалентна је једначини $log_x 2 - \frac{1}{2\,log_x 2} + \frac{7}{6} = 0$. Уведимо смену $log_x 2 = t$. Тада је $t - \frac{1}{2t} + \frac{7}{6} = 0$, тј. $6t^2+7t-3=0$, одакле је $t_1=\frac{1}{3}$, $t_2=-\frac{3}{2}$, $x_1=2^3=8$, $x_2=2^{-\frac{2}{3}}$.

Аритметички и геометријски низови

Низ бројева у коме је разлика свака два суседна члана низа једнака, назива се *аритметички низ* (аритметичка прогресија).

a_1 –први члан низа;

a_n – n-ти (општи) члан низа, $n\in N$;

d – разлика аритметичког низа;

S_n –збир првих n чланова.

За аритметички низ важе следеће формуле:

$$a_n = a_1 + (n-1)d;$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1+a_n) = \frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$$

Низ бројева у коме је количник свака два суседна члана низа једнак, назива се *геометријски низ* (геометријска прогресија).

a_1 –први члан низа;

a_n – n-ти (општи) члан низа, $n \in N$;

q – количник аритметичког низа;

S_n –збир првих n чланова.

За геометријски низ важе следеће формуле:

$a_n = a_1 q^{n-1}$;

$S_n = \frac{a_1(q^n-1)}{q-1}, |q| > 1$; $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, |q| < 1$.

18. Један угао троугла је 120^o, а странице тог троугла образују аритметичку прогресију чија је разлика $d = 4$. Колике су странице тог троугла?

Решење:

Нека је $c = b + 4$, $b = b$, $a = b - 4$, $\gamma = 120^o$. Према косинусној теореми је $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, одакле је $(b+4)^2 = (b-4)^2 + b^2 - 2(b-4)\cdot b \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$, па је $2b^2 - 20b = 0$, тј. $2b \cdot (b - 10) = 10$.

Дакле $b = 10$, $a = 6$ и $c = 14$.

19. Три броја чине аритметички низ. Њихов збир је 6, а збир њихових квадрата 62. Који су то бројеви?

Решење:

Нека је $a_1 = a_2 - d$, $a_2 = a_2$, $a_3 = a_2 + d$.

Како је $a_1 + a_2 + a_3 = 6$ тј. $a_2 - d + a_2 + a_2 + d = 6 \Rightarrow 3a_2 = 6 \Rightarrow a_2 = 2$.

Како је $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 62$ то је $(a_2 - d)^2 + a_2^2 + (a_2 + d)^2 = 62$, $3a_2^2 + 2d^2 = 62$, $3 \cdot 4 + 2d^2 = 62$,

$d^2 = 25$, $d = \pm 5$, па су тражене вредности бројева $-3{,}2{,}7$.

20. Бројеви: $2x - 3$, $3x + 4$, $5x + 1$ су прва три узастопна члана аритметичког низа. Одредити x и наћи суму првих x чланова.

Решење:

$$a_1 = 2x - 3,\ a_2 = 3x + 4,\ a_3 = 5x + 1.$$

Како је: $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$, то је $(3x+4) - (2x-3) = (5x+1) - (3x+4)$, $x + 7 = 2x - 3$, $x = 10$, па је $a_1 = 17, a_2 = 34, a_3 = 51, d = 17$. Отуда је $S_x = S_{10} = \frac{10}{2} \cdot [2a_1 + (10-1)d] = 5 \cdot [2 \cdot 17 + 9 \cdot 17] = 935$.

21. Четврти члан аритметичког низа је 9, а девети члан је -6. Колико чланова овог низа треба сабрати да се добије 54?

Решење:

Како је:

$$a_4 = a_1 + 3d = 9$$

$$a_9 = a_1 + 8d = -6,$$

решавањем система добије се да је $d = -3$, $a_1 = 18$.

$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + d(n-1)\right)$ па је $\frac{n}{2}\left(36 - 3(n-1)\right) = 54$, $\Leftrightarrow -n^2 + 13n - 36 = 0$.

Решења ове квадратне једначине су $n_1 = 4$ и $n_2 = 9$. Дакле, треба сабрати 4 или 9 чланова низа.

22. Збир три броја која образују растућу геометријску прогресију је 126. Ако је средњи члан 24, одредити најмањи члан.

Решење:

Како је $a_2 = 24$ и $a_1 + a_2 + a_3 = 126$, то је $\frac{24}{q} + 24 + 24q = 126$, $4q^2 - 17q + 4 = 0$, одакле је $q = 4$ или $q = \frac{1}{4}$. Међутим, прогресија је растућа па решење $q = \frac{1}{4}$ не долази у обзир. Дакле, $a_1 = \frac{24}{4} = 6$.

23. Три броја чине аритметички низ, а њихов збир је 12. Ако се последњи број повећа за вредност првог, добија се геометријски низ. Који су то низови?

Решење:

Означимо чланове аритметичког низа са a_1, $a_2 = a_1 + d$, $a_3 = a_1 + 2d$. Тада је

$$a_1 + a_2 + a_3 = 12 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12 \Leftrightarrow 3a_1 + 3d = 12 \Leftrightarrow a_1 + d = 4. \qquad (1)$$

Геометријски низ би био према условима задатка $b_1 = a_1$, $b_2 = a_1 + d$,

$b_3 = a_3 + a_1 = a_1 + 2d + a_1 = 2a_1 + 2d$. Како је $b_2^2 = b_1 \cdot b_3$, то је

$$(a_1 + d)^2 = a_1 \cdot (2a_1 + 2d)$$

$$(a_1 + d)^2 = 2a_1 \cdot (a_1 + d)$$

$$a_1 = d. \qquad (2)$$

Једначине (1) и (2) дају решење d=2, a_1=2 па је аритметички низ 2, 4, 6, а геометријски 2, 4, 8.

Тригонометрија

Ако је α оштар угао, a и b катете, (наспрам угла α је катета a), а c хипотенуза правоуглог троугла, тада се тригонометријске функције дефинишу на следећи начин:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos\alpha = \frac{b}{c}, \quad tg\alpha = \frac{a}{b}, \quad ctg\alpha = \frac{b}{a}.$$

За тригонометријске функције важе основни тригонометријски идентитети:

$$\begin{aligned}
&\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,\\
&tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},\\
&ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha},\\
&tg\alpha ctg\alpha = 1,\\
&\sin\alpha = \frac{tg\alpha}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}},\\
&\cos\alpha = \frac{1}{\pm\sqrt{1+tg^2\alpha}}.
\end{aligned}$$

Тригонометријске функције збира и разлике два угла једнаке су:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta,$$

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha tg\beta},$$

$$ctg(\alpha \pm \beta) = \frac{ctg\alpha ctg\beta \mp 1}{ctg\alpha \pm ctg\beta}.$$

Тригонометријске функције двоструког угла једнаке су:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha,$$

$$tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha},$$

$$ctg2\alpha = \frac{ctg^2\alpha - 1}{2ctg\alpha}.$$

Тригонометријске функције полууглова једнаке су:

$$sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - cos\,\alpha}{2}},$$

$$cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + cos\,\alpha}{2}},$$

$$tg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 - cos\,\alpha}{1 + cos\,\alpha}},$$

$$ctg\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + cos\,\alpha}{1 - cos\,\alpha}}.$$

Трансформација збира и разлике у производ:

$$sin\,\alpha \pm sin\,\beta = 2\,sin\frac{\alpha \pm \beta}{2}cos\frac{\alpha \mp \beta}{2},$$

$$cos\,\alpha + cos\,\beta = 2\,cos\frac{\alpha + \beta}{2}cos\frac{\alpha - \beta}{2},$$

$$cos\,\alpha - cos\,\beta = -2\,sin\frac{\alpha + \beta}{2}sin\frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Трансформација производа у збир или разлику:

$$sin\,\alpha\,sin\,\beta = \frac{1}{2}(cos(\alpha - \beta) - cos(\alpha + \beta)),$$

$$cos\,\alpha\,cos\,\beta = \frac{1}{2}(cos(\alpha + \beta) + cos(\alpha - \beta)),$$

$$sin\,\alpha\,cos\,\beta = \frac{1}{2}(sin(\alpha + \beta) + sin(\alpha - \beta)).$$

24. Ако је $tg^2\alpha + ctg^2\alpha = 2$, израчунати $tg\alpha + ctg\alpha$.

Решење:

Како је $(tg\alpha + ctg\alpha)^2 = tg^2\alpha + 2tg\alpha ctg\alpha + ctg^2\alpha$ и $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$, то је $(tg\alpha + ctg\alpha)^2 = 4$, одакле је $tg\alpha + ctg\alpha = \pm 2$.

25. Упростити израз: $\frac{1+sin\,2a-cos\,2a}{1+sin\,2a+cos\,2a}$.

Решење:

Коришћењем формула добија се:

$$\frac{1+\sin 2a - \cos 2a}{1+\sin 2a + \cos 2a} = \frac{\cos^2 a + \sin^2 a + \sin 2a - \left(\cos^2 a - \sin^2 a\right)}{\cos^2 a + \sin^2 a + \sin 2a + \cos^2 a - \sin^2 a} =$$

$$= \frac{2\sin^2 a + 2\sin a\cos a}{2\cos^2 a + 2\sin a\cos a} = \frac{2\sin a\left(\sin a + \cos a\right)}{2\cos a\left(\sin a + \cos a\right)} = \operatorname{tg} a$$

26. Ако је $\text{tg}\alpha = 3$, израчунати $\dfrac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$.

Решење:

Дати израз $\dfrac{2\sin 2\alpha - 3\cos 2\alpha}{4\sin 2\alpha + 5\cos 2\alpha}$ се дељењем сваког члана са $\cos 2\alpha$ трансформише у израз $\dfrac{2tg2\alpha - 3}{4tg2\alpha + 5}$. Како је $tg\alpha = 3$ то је $tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha} = -\frac{3}{4}$, па је тражена вредност израза једнака $-\dfrac{9}{4}$.

27. Решити једначину: $\cos^4 x - \sin^4 x = 0$.

Решење:

Дата једначина је еквивалентна једначини:

$$(\cos^2 x - \sin^2 x) \cdot (\cos^2 x + \sin^2 x) = 0,$$

па је $\cos^2 x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow tg^2 x = 1$, одакле је $x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi$, $k \in Z$.

Геометрија у равни

Троугао

За произвољан троугао чије странице имају дужине a, b, c, одговарајуће висине h_a, h_b, h_c, унутрашњи углови су α, β, χ а спољашњи углови $\alpha_1, \beta_1, \chi_1$, важе следеће формуле:

$P = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$ - (површина троугла)

$O = 2s = a + b + c$ - (обим троугла)

$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ - (Херонов образац)

$r = \frac{P}{s}$ - (полупречник уписаног круга у троугао)

$R = \frac{abc}{4P}$ - (полупречник описаног круга око троугла)

$a : b = h_b : h_a$ - (однос страница и висина у троуглу)

$\alpha + \beta + \chi = 180^\circ$ - (збир унутрашњих углова троугла)

$\alpha_1 + \beta_1 + \chi_1 = 360^\circ$ - (збир спољашњих углова троугла)

$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ \Leftrightarrow \alpha_1 = \beta + \chi$ - (однос унутр. и спољ. углова)

$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\chi} = 2R$ - (Синусна теорема)

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ - (Косинусна теорема)

За *правоугли троугао* са хипотенузом ***c*** важе формуле:

$P = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}ch_c$ - (површина правоуглог троугла)

$c^2 = a^2 + b^2$ - (Питагорина теорема)

$r = s - c = \frac{a+b+c}{2} - c = \frac{a+b-c}{2}$ - (полупречник уписаног круга)

$R = \frac{c}{2} = t_c$ - (полупречник описаног круга)

Ако је троугао *једнакостраничан*:

$\alpha = \beta = \chi = 60° \Leftrightarrow a = b = c$

$O = 3a$ - (обим једнакостраничног троугла)

$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ - (површина једнакостраничног троугла)

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ - (висина једнакостраничног троугла)

$r = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ - (полупречник уписаног круга)

$R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ - (полупречник описаног круга)

Четвороугао

За *четвороуглове* важе следеће формуле:

$P = ab, O = 2(a + b)$ - (површина и обим правоугаоника)

$P = a^2 = \frac{d^2}{2}, O = 4a$ - (површина и обим квадрата)

$d = a\sqrt{2}$ - (дијагонала квадрата)

$R = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, r = \frac{a}{2}$ - (полупреч. опис. и упис. круга у квадрат)

$P = ah = \frac{d_1 d_2}{2}$ - (површина ромба)

$r = \frac{h}{2}$ - (полупречник уписаног круга ромба)

$P = \frac{a+b}{2}h = mh$ - (површина трапеза)

$m = \frac{a+b}{2}$ - (средња линија трапеза)

$P = ah_a = bh_b$ - (површина паралелограма)

Правилан шестоугао

Правилан шестоугао могуће је поделити на шест једнакостраничних троуглова. За њега важе следеће формуле:

$P = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}, O = 6a$ - (површина и обим правилног шестоугла)
$R = a$ - (полупречник описаног круга)
$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ - (полупречник уписаног круга)
$d_1 = 2a$ - (дужа дијагонала правилног шестоугла)
$d_2 = 2h = a\sqrt{3}$ - (краћа дијагонала правилног шестоугла)

Правилан многоугао

Ако је *n* број страница правилног многоугла ($n \geq 3$), правилан многоугао је могуће поделити на n подударних троуглова и важе следеће формуле:

$P = nP_\Delta, O = na$ - (површина и обим правилног многоугла)
$S_n = (n-2)180^\circ$ - (збир унутрашњих углова)
$\alpha = \frac{S_n}{n}$ - (унутрашњи угао)
$d_n = n - 3$ - (број дијагонала из једног темена)
$D_n = \frac{n(n-3)}{2}$ - (укупан број дијагонала)

Круг

За круг полупречника r, са централним углом α, периферијским углом β, важи следеће:

$P = r^2\pi, O = 2r\pi$ - (површина и обим круга)
$l = \frac{r\pi\alpha}{180}$ - (дужина лука)
$P_i = \frac{r^2\pi\alpha}{360} = \frac{rl}{2}$ - (површина исечка)
$\alpha = 2\beta$ - (однос централног и периферијског угла)
$P_{kp} = \pi({r_1}^2 - {r_2}^2)$ - (површина кружног прстена)

28. Ако се број страница правилног многоугла повећа за 3, његов унутрашњи угао ће се повећати 27°. Одредити број страница многоугла.

Решење:

Означимо са n број страница правилног многоугла, а са Sn збир његових унутрашњих углова. Тада је $n \cdot \alpha = Sn$ и како је:

$$Sn = (n-2) \cdot 180^o,$$

то је:

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180}{n}.$$

Према условима задатка $\frac{S_{n+3}}{n+3} = \alpha + 27$, одакле је:

$$\frac{(n+1) \cdot 180}{n+3} = \frac{(n-2) \cdot 180}{n} + 27, \quad \text{тј.}$$

$$27n^2 + 81n - 1080 = 0,$$

одакле је $n^2 + 3n - 40 = 0.$

Како је је > 0 , то је једино решење $n = 5.$

29. Збир катета правоуглог троугла је 32. Ако се већа катета умањи за 5 cm, а мања повећа за 4 cm, површина се не мења. Одредити странице троугла.

Решење:

Нека су a и b катете правоуглог троугла. Из услова задатка добијамо систем једначина:

$$\begin{aligned} &a + b = 32 \\ &\frac{1}{2}(a+4) \cdot (b-5) = \frac{1}{2}ab, \end{aligned}$$

који је еквивалентан са системом:

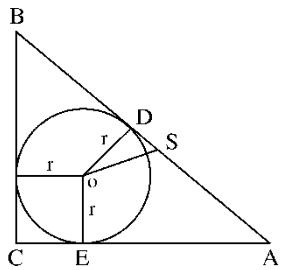
$$\begin{aligned} a + b &= 32 \\ 4b - 5a &= 20 \quad (b > a), \end{aligned}$$

одакле добијамо:

$a = 12$ cm, $b = 20$ cm и $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12^2 + 20^2} = \sqrt{544} = 4\sqrt{34}$ cm.

30. Катете правоуглог троугла су 3 cm и 4 cm. Наћи растојање између центра уписаног и центра описаног круга.

Решење:



Како је $a = 3\text{cm}$ и $b = 4\text{cm}$, то је $c = 5\text{cm}$. $R = \frac{1}{2}c = 2{,}5\text{cm}$ и $r = s - c$, где је $S = \frac{a+b+c}{2} = 6$, па је $r = 1\text{cm}$. У правоуглом троуглу DOS је $x = DS = AD - AS = AD - \frac{c}{2} = AE - \frac{c}{2} = b - r - \frac{c}{2} = \frac{1}{2}$, па је $OS^2 = OD^2 + DS^2 = r^2 + x^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ а $OS = \frac{\sqrt{5}}{2}$ cm.

31. Страница ромба је $a = 9$ cm, а збир дијагонала $d_1 + d_2 = 24$ cm. Одредити површину ромба.

Решење:

Како је:

$a^2 = \frac{d_1^2+d_2^2}{4} \Rightarrow d_1^2 + d_2^2 = 4a^2 \Rightarrow d_1^2 + d_2^2 = 4 \cdot 81 = 324.$

Из једнакости:

$$(d_1 + d_2)^2 = 24^2 \Rightarrow d_1^2 + d_2^2 + 2d_1 \cdot d_2 = 576,$$

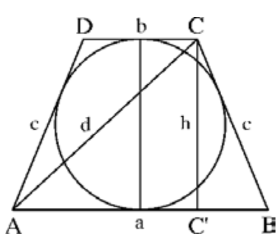
добија се:

$$d_1 \cdot d_2 = \frac{576-324}{2} = 126.$$

Како је површина ромба $P = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$, то је $P = \frac{126}{2} = 63$ cm^2.

32. Око круга полупречника $r = 1{,}5$ cm описан је једнакокраки трапез површине $P = 15$ cm^2. Израчунати дужину дијагонале овог трапеза.

Решење:



Нека су a и b основице трапеза и h висина трапеза. Приметимо да је $2r = h$, $h = 3$. Како је $P = \frac{a+b}{2}h \Rightarrow \frac{a+b}{2} = \frac{P}{h} = \frac{15}{3} = 5$. Из правоуглог троугла $AC'C$ добијамо: $d^2 = x^2 + h^2$, $x = |AC'| = a - \left(\frac{a-b}{2}\right) = \frac{a+b}{2}$, па је $d^2 = 5^2 + 3^2$, $d^2 = 34 \Rightarrow d = \sqrt{34}$ cm.

Геометрија у простору

За израчунавање површина и запремина рогљастих и обртних тела са базом (површином основе) B, висином H, омотачем M, полупречником основе обртних тела r и изводницом обртних тела s, неопходне су следеће формуле:

$P=2B+M, V=BH$ - (површина и запремина призме)

$P=B+M, V=\frac{1}{3}BH$ - (површина и запремина пирамиде)

$P=B_1+B_2+M$ - (површина зарубљене пирамиде)

$V=\frac{1}{3}H\left(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2\right)$ - (запремина зарубљене пирамиде)

$P=2B+M=2r^2\pi+2r\pi H$ - (површина ваљка)

$V=BH=r^2\pi H$ - (запремина ваљка)

$P=B+M=r^2\pi+r\pi s$ - (површина купе)

$V=\frac{1}{3}BH=\frac{1}{3}r^2\pi H$ - (запремина купе)

$P=B_1+B_2+M={r_1}^2\pi+{r_2}^2\pi+(r_1+r_2)\pi s$ - (повр. зарубљене купе)

$V=\frac{1}{3}H\left(B_1+\sqrt{B_1B_2}+B_2\right)=\frac{H\pi}{3}({r_1}^2+r_1r_2+{r_2}^2)$ - (запр. заруб. купе)

$P=4r^2\pi, V=\frac{4}{3}r^3\pi$ - (површина и запремина лопте)

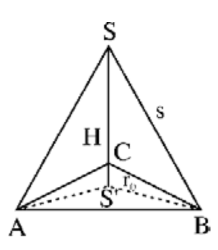
33. Димензије правоуглог паралелопипеда односе се као 2:3:6, а његова дијагонала је 35 cm. Израчунати запремину паралелопипеда.

Решење:

Из $a:b:c=2:3:6 \Rightarrow a=2k,\ b=3k$ и $c=6k$. Како је $D^2=a^2+b^2+c^2$, $D^2=(2k)^2+(3k)^2+(6k)^2$, $D^2=49k^2$, $D=7k$, $35=7k \Rightarrow k=5$. Одатле је $a=10$ cm, $b=15$ cm, $c=30$ cm, па је $V=a\cdot b\cdot c$, $V=10\cdot 15\cdot 30$, $V=4500$ cm^3.

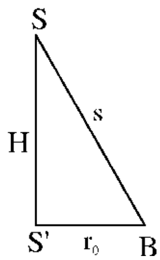
34. Одредити запремину правилне тростране пирамиде чија је основна ивица $a=3\sqrt{3}$ cm, а бочна ивица $s=5$ cm.

Решење:



Како је $r_o=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{3\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{3}=3$ cm и

$H^2=s^2-r_o^2,$
$H^2=5^2-3^2,$
$H^2=16,$
$H=4$ cm,



па је:

$$V = \frac{1}{3}B \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}H,$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{\left(3\sqrt{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 4,$$
$$V = 9\sqrt{3}\ \text{cm}^3.$$

35. У тространу призму чије су основне ивице $a = 13$ cm, $b = 14$ cm и $c = 15$ cm уписан је и око ње описан ваљак. Наћи однос запремина та два ваљка.

Решење:

Означимо са r_u полупречник основе уписаног ваљка, са r_o полу-пречник основе описаног ваљка и површину основе призме са P. Према Хероновом обрасцу:

$$P = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)},$$

где је $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$ cm, добија се $P = 84$ cm^2.

Како је:

$$P = r_u \cdot s \Rightarrow r_u = \frac{84}{21} = 4\ \text{cm}$$

и

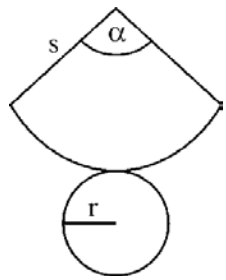
$$P = \frac{abc}{4r_o} \Rightarrow r_o = \frac{abc}{4P} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8},$$

Добија се:

$$\frac{V_u}{V_o} = \frac{r_u^2 \pi \cdot H}{r_o^2 \pi \cdot H} = \frac{r_u^2}{r_o^2} = \frac{4^2}{\left(\frac{65}{8}\right)^2} = \frac{32^2}{65^2}.$$

36. Када се омотач купе развије у равни добија се четвртина круга полупречника $4\sqrt{5}$. Израчунати запремину купе.

Решење:



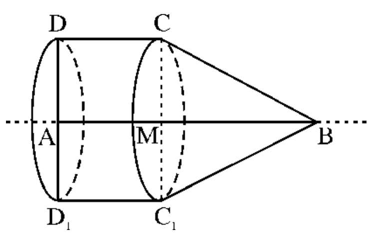
Нека је s ивица купе, r полупречник основе и H висина купе. Тада из формуле $l=\frac{s\pi\alpha}{180}$ за дужину лука полупречника s и централног угла α и формуле $l=2r\pi$ за обим основе кружне купе добија се $\frac{4\sqrt{5}\cdot\pi\cdot 90}{180}=2r\pi$, одакле је $r=\sqrt{5}$.

Како је $H^2=s^2-r^2$, то је $H=5\sqrt{3}$.

Отуда је: $V=\frac{1}{3}r^2\pi\cdot H$, $V=\frac{1}{3}\cdot\left(\sqrt{5}\right)^2\cdot\pi\cdot 5\sqrt{3}$, $V=\frac{25\pi}{\sqrt{3}}$.

37. Правоугли трапез основица $a=10$ cm и $b=2$ cm и $P=90$ cm^2 ротира око веће основе. Израчунати површину и запремину насталог тела.

Решење:



Како је површина трапеза $P=\frac{a+b}{2}\cdot h$, то је $\frac{10+2}{2}\cdot h=90$, и $h=15$ cm, односно $|AD|=15$ cm. Површина насталог тела је збир површине основе ваљка и омотача ваљка и купе, па је:

$$P=r^2\pi+2r\pi\cdot H_1+r\pi s=|AD|^2\pi+2|AD|\cdot|AM|\cdot\pi+|AD|\cdot|BC|\cdot\pi.$$

Како је $|AM|=|DC|$, то је $|AM|=b=2$cm.

Такође је $s=|BC|$ и

$$s^2=|CM|^2+|MB|^2=|AD|^2+(|AB|-|AM|)^2=$$
$$=15^2+(10-2)^2=225+64=289.$$

Дакле, $s=17$, па је $P=225\pi+60\pi+255\pi=540\pi$cm^2.

Запремина насталог тела једнака је збиру запремина ваљка и купе, односно:

$$V=r^2\pi\cdot H_1+\frac{1}{3}r^2\pi\cdot H_2=r^2\pi\cdot b+\frac{1}{3}r^2\pi\cdot(a-b)=450\pi+\frac{1}{3}1800\pi=1050\pi\ \text{cm}^3.$$

Аналитичка геометрија у равни

Ако појмове геометрије у равни представимо у Декартовом координатном систему, основни појам - тачку посматрамо као уређени пар њених координата $M_1(x_1,y_1)$, тада важе следеће формуле:

$d(M_1, M_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ - (растојање између две тачке)

$S\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$ - (средиште дужи M_1M_2)

$T\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$ - (тежиште троугла чија су темена тачке (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3))

$P_\Delta = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)|$ - (површина троугла чија су темена тачке $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$)

$y = kx + n$ - (експлицитни облик једначине праве, k −правац праве, n −одсечак на Yоси)

$y - y_1 = k(x - x_1)$ - (једначина праве кроз једну тачку)

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$ - (једначина праве кроз две тачке)

$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$- (сегментни облик једначине праве, p −одсечак на Xоси, q −одсечак на Yоси)

$Ax + By + C = 0$ - (имплицитни облик једначине праве)

$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ - (растојање тачке од праве)

$tg\phi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ - (угао између две праве)

$k_1 k_2 = -1$ - (услов нормалности две праве)

$k_1 = k_2$ - (услов паралелности две праве)

$(x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$ - (једначина кружнице са центром (p, q) и полупречником r)

$x^2 + y^2 = r^2$ - (једначина централне кружнице)

$r^2(k^2 + 1) = (kp - q + n)^2$ - (услов додира праве и кружнице)

$(x_0 - p)(x - p) + (y_0 - q)(y - q) = r^2$ - (тангента у тачки круга)

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ - (једначина елипсе, са фокусима $F_{1,2} = (\pm e, 0)$)

$e^2 = a^2 - b^2$ - (ексцентрицитет елипсе)

$a^2k^2 + b^2 = n^2$ - (услов додира праве и елипсе)

$\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ - (тангента у тачки елипсе)

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ - (једначина хиперболе, са фокусима $F_{1,2} = (\pm e, 0)$)

$e^2 = a^2 + b^2$ - (ексцентрицитет хиперболе)

$a^2k^2 - b^2 = n^2$ - (услов додира праве и хиперболе)

$\frac{x_0 x}{a^2} - \frac{y_0 y}{b^2} = 1$ - (тангента у тачки хиперболе)

$y^2 = 2px$ - (једначина параболе, са фокусом $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$)

$2kn = p$ - (услов додира праве и параболе)

$y_0 y = p(x + x_0)$ - (тангента у тачки параболе)

38. Одредити m тако да права $mx + y - 5 = 0$ додирује елипсу $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Решење:

Права $y = kx + n$ додирује елипсу $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ако је $a^2k^2 + b^2 = n^2$. Како се дата права може записати у облику $y = -mx + 5$, а елипса у облику $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$ то услов додира постаје $4^2 \cdot (-m)^2 + 3^2 = 5^2$, одакле је $m^2 = 1$ па је $m = \pm 1$.

39. Одредити једначину кружнице која је концентрична са кружницом $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$ и садржи тачку $M(1, -4)$.

Решење:

Једначину дате кружнице можемо записати у облику:

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 = 5,$$

одакле видимо да је центар кружнице тачка $C(-3, -1)$. Из услова концентричности кружница, једначина тражене кружнице је:

$$(x+3)^2 + (y+1)^2 = R^2.$$

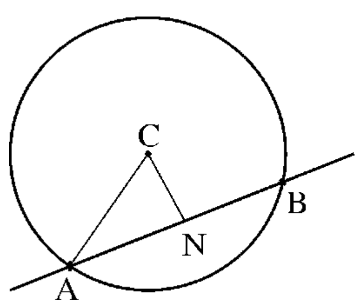
Како тражена кружница садржи M, то је $R^2 = (1+3)^2 + (-4+1)^2 = 25$, па је једначина кружнице $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 25$.

40. Написати једначину круга са центром $C(3, -1)$, који на правој $2x - 5y + 18 = 0$ одсеца тетиву дужине 6.

Решење:

Једначина круга са центром у тачки C има облик:

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 = r^2.$$



Тачка C, подножје нормале из C на дату праву и крајња тачка тетиве, одређују правоугли троугао ANC чија је хипотенуза полупречник круга r. Одстојање тачке C од праве је $d = \sqrt{29}$, па је $r^2 = d^2 + 3^2 = 38$ и једначина круга: $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 38$.

Могући примери задатака за пријемни испит

ПРИМЕР 1

1. Упрошћен израз $\frac{(a+b)^2-4}{2a+2b+4}$ има облик:

а) $\frac{2a}{a+b}$; б) $\frac{a+b}{2}-1$; в) $\frac{a+b+2}{2}$.

Решење: б)

2. Решење једначине $3^{x+2}-4\cdot 3^{x+1}+3^{x-1}+24=0$ је:

а) $x=2$; б) $x=-2$; в) $x=0$.

Решење: а)

3. Ако је $\cos\alpha=-\frac{3}{5}$ и $\pi\leq\alpha\leq\frac{3\pi}{2}$ онда је $tg\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$ једнак:

а) $\frac{1}{7}$; б) 7; в) $-\frac{1}{7}$.

Решење: в)

4. Правилни многоугао чији један унутрашњи угао износи 172° је:

а) 40-угао ; б) 45-угао.

Решење: б)

5. Дијагонала правилне четворостране призме је 3, а однос ивице и висине је 2:1. Површина такве призме је:

а) 8 ; б) 16 ; в) 10 .

Решење: б)

ПРИМЕР 2

1. Решење неједначине $(x+4)m^2-(x+1)m+1>0$ за свако $m\in R$ је интервал:

а) $x\in(-\infty,-4)$; б) $x\in(-4,+\infty)$; в) $x\in(-3{,}5)$.

Решење: в)

2. Вредност израза $A=\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\log 16}}$ је:

а) 10 ; б) 5 ; в) 20 .

Решење: в)

3. Решење једначине $3+10+17+\cdots+x=345$ је:

а) 55 ; б) 66 ; в) 77 .

Решење: б)

4. У правоуглом троуглу једна катета је 8 cm а друга је 2 cm краћа од хипотенузе. Површина тог троугла је:

а) 60 cm^2; б) 40 cm^2; в) 80 cm^2.

Решење: а)

5. Угао под којим се из тачке $A(8,0)$ види елипса $3x^2+y^2=48$ је:

а) $45°$; б) $90°$; в) $0°$.

Решење: б)

ПРИМЕР 3

1. Упрошћен израз $\frac{ax+a}{x^2-x+1}:\left(\frac{1}{x+1}+\frac{3x}{x^3+1}\right)$ има облик:

а) $\frac{a+x}{1+x}$; б) $\frac{a}{x^3+1}$; в) a.

Решење: в)

2. Решење неједначине $-2<\frac{-x^2+5x-7}{x-4}\leq 1$ је:

а) $1\leq x<3$; б) $-1<x<3$; в) $1\leq x\leq 3$.

Решење: в)

3. Ако је $sin\,\alpha=0{,}8$ и $\frac{\pi}{2}\leq\alpha\leq\pi$ онда је $cos(\alpha-\frac{\pi}{3})$ једнак:

а) $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$; б) $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$; в) $\frac{3}{4}$.

Решење: б)

4. Ако се број страница конвексног многоугла повећа за 5, онда се број дијагонала многоугла повећа за 45. Број страница које има првобитни многоугао је:

а) 8 ; б) 10 ; в) 12 .

Решење: а)

5. Вредност параметра m која обезбеђује да кружница $(x-2m)^2+(y-m)^2=25$ пролази кроз тачку $N(6,4)$ је:

а) $m=1$; б) $m=\frac{27}{5}$; в) $m=1$ или $m=\frac{27}{5}$.

Решење: в)

ПРИМЕР 4

1. Решење једначине $9^{x^2-1}-36\cdot 3^{x^2-3}+3=0$ је:

а) $\sqrt{2},1$; б) $\pm\sqrt{2},1$; в) $\pm\sqrt{2},\pm 1$.

Решење: в)

2. Вредност израза $A=49^{1-log_7 2}+5^{-log_5 4}$ је:

а) $\frac{25}{4}$; б) $\frac{25}{2}$; в) $\frac{25}{3}$.

Решење: б)

3. У аритметичком низу за који је $a_1=45, n=31, S_n=0$ важи да је:

а) $a_n=-45, d=-3$; б) $a_n=-45, d=3$; в) $a_n=-45, d=0$.

Решење: а)

4. Дужине двеју страница троугла су 6 и 9. Једна од висина које одговарају тим страницама је за 5 дужа од друге. Дужине тих висина су:

а) $10,12$; б) 10 , 15; в) 12 , 15.

Решење: б)

5. Права четворострана призма чија је основа ромб са дијагоналама 7,2 и 5,4 има висину једнаку основној ививци призме. Површина такве призме је:

а) 119,88 ; б) 120 ; в) 102,08 .

Решење: а)

ПРИМЕР 5

1. Ако је $A=\frac{a^{-2}-b^{-2}}{a^{-1}-b^{-1}}$ а $B=\left(\frac{a^{-1}}{a^{-1}-b^{-1}}-\frac{b^{-1}}{a^{-1}+b^{-1}}\right)(a^{-1}-b^{-1})(a^{-2}+b^{-2})^{-1}$, онда је $A-B^{-1}$ једнако:

а) $\frac{a+b}{ab}$; б) 1; в) 0.

Решење: в)

2. Решење једначине $3 \cdot 16^x + 2 \cdot 81^x = 5 \cdot 36^x$ је:

а) 0 или 1; б) $-\frac{1}{2}$или 0; в) 0 или $\frac{1}{2}$.

Решење: в)

3. Ако је $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$ тада је $(1 + tg\alpha)(1 + tg\beta)$ једнако:

а) -2; б) 2; в) 0.

Решење: б)

4. Површина ромба чије се дијагонале разликују за 8 не мења се ако се краћа дијагонала продужи за 3, а дужа скрати за 4. Дужине тих дијагонала су:

а) $12{,}20$; б) 20 , 28; в) 6 , 14.

Решење: а)

5. Једначина кружнице која је концентрична са кружницом $x^2 + y^2 + 6x + 2y + 5 = 0$ и пролази кроз тачку $N(1, -4)$ је:

а) $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 25$; б) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$;

в) $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Решење: а)

ПРИМЕР 6

1. Вредност параметра p тако да једно решење једначине $4x^2 - 15x + \frac{p^3}{2} = 0$ буде квадрат другог решења је:

а) -5 или 2; б) 3 или -5; в) -3 или 2.

Решење: б)

2. Вредност израза $A = 10^{1-log\,5} + 10^{2-log\,20} - 10^{3-log\,500}$ је:

а) 5; б) 10; в) 15.

Решење: а)

3. Први члан геометријског низа је $a_1 = 1$. Збир трећег и петог члана је 90. Такав низ има количник једнак:

а) $q = \pm 9$; б) $q = \pm 3$; в) $= \pm \frac{1}{3}$.

Решење: б)

4. Ако је збир унутрашњих углова многоугла $720°$, онда је број дијагонала тог многоугла једнак:

а) 6 ; б) 3 ; в) 9 .

Решење: в)

5. Површина призме, чија је висина 10, основа једнакокраки трапез основица 16 и 10 и са растојањем између основица 4, једнака је:

а) 436; б) 434; в) 464.

Решење: в)

ПРИМЕР 7

1. Вредност параметра m тако да збир квадрата решења једначине $(m+1)x^2 - 2mx + m - 1 = 0$ буде $\frac{10}{9}$ је:

а) $\frac{1}{2}$ или 2; б) -2 или $\frac{1}{2}$; в) -$\frac{1}{2}$ или 2.

Решење: а)

2. Решење једначине $3\,log\,x + \frac{1}{2} log\,a = 3\,log\,b + log\,c$ је:

а) $x = \frac{b\sqrt[3]{c}}{\sqrt[6]{a}}$; б) $x = \sqrt[3]{\frac{bc}{a}}$; в) $x = \sqrt[3]{\frac{bc}{a^2}}$.

Решење: а)

3. Три броја, чији је збир 57, који чине геометријски низ и за које важи да је средњи члан $\frac{6}{13}$ од збира суседних, су:

а) 10, 20, 27; б) 12, 18, 29; в) 12, 18, 27.

Решење: в)

4. У трапезу је средња линија 2 пута дужа од једне основице и за 7,5 дужа од половине друге основице. Дужине тих основица су:

а) 30 и 45; б) 15 и 30; в) 15 и 45.

Решење: в)

5. Услов да права $Ax + y - 5 = 0$ додирује елипсу $9x^2 + 16y^2 = 144$ је да параметар A има вредност:

а) $A = \pm 1$; б) $A = \pm 2$; в)$A = 0$.

Решење: а)

ПРИМЕР 8

1. Упрошћен облик израза $A = \frac{ab^{-2}\cdot(a^{-1}b^2)^4\cdot(ab^{-1})^2}{a^{-2}b\cdot(a^2b^{-1})^3\cdot a^{-1}b}$за $a = 10^{-3}, b = 10^{-2}$ има вредност једнаку:

а) 10; б) 100; в) 1000.

Решење: б)

2. Решење једначине $\sqrt[x]{64} - 5 \cdot \sqrt[x]{2^{x+3}} + 16 = 0$ је:

а) 2 или 8; б) 2 или 1; в) 1 или 3.

Решење: в)

3. Вредност израза $A = cos^2 18° + cos^2 36° + cos^2 54° + cos^2 72°$ је:

а) 1; б) 2; в) 0.

Решење: б)

4. Ако је број дијагонала многоугла једнак 20, онда је збир унутрашњих углова тог многоугла једнак:

а) $1000°$; б) $1080°$; в) $1120°$.

Решење: б)

5. Дужина бочне ивице правилне шестостране пирамиде је два пута већа од основне ивице. Ако је висина пирамиде $4\sqrt{3}$, онда је њена запремина :

а) 100 ; б) 96 ; в) 80 .

Решење: б)

ПРИМЕР 9

1. Вредност параметра m тако да решења једначине $2x^2 + 5x + 2m^2 - 4m + 2 = 0$ задовољавају

услов $x_1 - 2x_2 = -1$ је:

а) 0; б) 2; в) 0 или 2.

Решење: в)

2. Ако је $log_{25} 7 = a$ и $log_2 5 = b$, онда је $log_{\sqrt[3]{5}} 6,125$ једнак:

а) $12a - \frac{9}{b}$; б) $12a + \frac{9}{b}$; в) $12a - \frac{b}{9}$.

Решење: а)

3. Тринаести члан аритметичког низа -2, -6, -10,... је:

а) 50; б) -26; в) -50.

Решење: в)

4. Ако је укупан број дијагонала многоугла једнак 20, онда је број дијагонала које полазе из једног темена тог многоугла једнак:

а) 4; б) 5; в) 6.

Решење: б)

5. Површина осног пресека ваљка је 16. Ако је полупречник ваљка два пута већи од висине, онда је површина тог ваљка :

а) 32π; б) 36π ; в) 48π .

Решење: в)

ПРИМЕР 10

1. Упрошћен израз $\left(\frac{b^{-1}+a^{-1}}{ab^{-1}+ba^{-1}}\right)^{-1} + \left(\frac{a^{-1}+b^{-1}}{2}\right)^{-1} - \frac{b^{-1}-a^{-1}}{a^{-1}b^{-1}}$ има вредност једнаку:

а) $2b$; б) $2a$; в) $2a+2b$.

Решење: а)

2. Решење једначине $(\sqrt{5+2\sqrt{6}})^x + (\sqrt{5-2\sqrt{6}})^x = 10$ је:

а) $\pm\mathbf{1}$; б) ± 2; в) ± 3.

Решење: б)

3. Упрошћен израз $\frac{1+tg^4x}{tg^2x+ctg^2x}$ има облик:

а) tg^2x; б) ctg^2x ; в) tg^4x.

Решење: а)

4. У једнакокраком троуглу збир трећине угла при врху и половине једног од углова на основици износи $48°$. Углови тог троугла су:

а) $36°, 36°, 108°$; б) $72°, 72°, 36°$; в) $30°, 30°, 120°$.

Решење: б)

5. Услов да права $2x + y + m = 0$ буде тангента кружнице $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$ је да параметар $\boldsymbol{m}$ има вредност:

а) $m = -3 - 2\sqrt{5}$; б) $m = -3 \pm 2\sqrt{5}$; в) $m = -3 + 2\sqrt{5}$.

Решење: б)

ПРИМЕР 11

1. Вредност израза $\left(\frac{1}{1+\sqrt{7}} + \frac{1}{1-\sqrt{7}}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{1+\sqrt{7}}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{1-\sqrt{7}}\right)^{-2}$ је:

а) $1-\sqrt{7}$; б) $1+\sqrt{7}$; в) $(1+\sqrt{7})^2$; г) 25 ; д) 0.

Решење: г)

2. Ако је $log_5 2 = a, log_5 3 = b$ тада је $log_{45} 100$ једнак:

а) $\frac{2a+2}{2b+1}$; б) $\frac{b+1}{a+2}$; в) $a-b$; г) $\frac{20}{9}$; д) ни један од ових одговора.

Решење: а)

3. Израз $\frac{\cos^3 x+\sin^3 x}{2-\sin 2x}$ идентички је једнак:

а) $\cos(x-\frac{\pi}{4})$; б) $\frac{\cos x+\sin x}{2}$; в) $\sin(x-\frac{\pi}{4})$; г) 1; д) 0.

Решење: б)

4. Бројеви a_1, a_2, a_3 чине геометријску прогресију. Ако је $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 343$ и $a_2 - a_1 = 5$ тада је $a_1 + a_2 + a_3$ једнако:

а) 7 ; б) $\frac{49}{2}$; в) $\frac{67}{2}$; г) $\frac{67}{3}$; д) 100 .

Решење: в)

5. Запремина правилне тростране пирамиде чија је основна ивица $a = 3\sqrt{3}$ и бочна ивица $s = 5$ једнака је:

а) 4 ; б) $9\sqrt{3}$; в) $3\sqrt{3}$; г) 36 ; д) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Решење: б)

ПРИМЕР 12

1. Ако је $a \in R \setminus \{1\}$ тада је израз $\frac{4a^2+9a+5}{a^3-1} - \frac{1-2a}{a^2+a+1} - \frac{6}{1-a}$ једнак:

а) $\frac{a+1}{a-1}$; б) 6 ; в) $\frac{12}{a-1}$; г) a^2; д) $1 + a^2$.

Решење: в)

2. Збир корена једначине $4x^2 + 5 - 8x = 0$ једнак је:

а) 8 ; б) -5 ; в) $-\frac{5}{4}$; г) -2 ; д) ни један од ових одговора.

Решење: д)

3. Укупан број дијагонала правилног многоугла чији је унутрашњи угао три пута већи од суседног спољашњег угла је:

а) 20 ; б) 44 ; в) 18 ; г) 54 ; д) 28 .

Решење: а)

4. Правоугли троугао чија је хипотенуза 13 cm и једна катета 12 cm ротира око те катете. Запремина тако насталог тела једнака је:

а) 90π cm^3; б) $100\pi\, cm^3$; в) 314 cm^3; г) $\frac{25}{3}\pi$; д) 100 cm^3.

Решење: б)

5. Једначина тангенте повучена из тачке $A(6{,}8)$ на параболу $y^2 = 8x$ једнака је:

а) $y = 2x + 1$; б) $x + y + 2 = 0$; в) $\frac{1}{3}x + y = 3$;

г) $x - y - 2 = 0$; д) ни један од ових одговора.

Решење: д)

ПРИМЕР 13

1. Ако је $x = \left(\frac{2}{a-1}\right)^{-1}$ тада је вредност израза $\frac{1+x^{-1}}{1-x^{-1}} \cdot \left(1 - \frac{2x-1}{x}\right)$ једнака:

а) $\frac{1+a}{1-a}$; б) 0 ; в) $\frac{1-a}{1+a}$; г) $a-1$; д) 1 .

Решење: а)

2. Решење једначине $3^{12x-1}-9^{6x-1}-27^{4x-1}+81^{3x+1}=2192$ је:

а) 1 ; б) 0 ; в) -2 ; г) $\frac{1}{2}$; д) ни један од ових одговора.

Решење: д)

3. Израз $\dfrac{2\sin\alpha-\sin 2\alpha}{2\sin\alpha+\sin 2\alpha}$ за $\alpha\neq k\pi$ идентички је једнак:

а) $tg^2\frac{\alpha}{2}$; б) $ctg\alpha$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $sin\frac{\alpha}{2}$; д) 0 .

Решење: а)

4. Збир првих 50 чланова аритметичког низа је 200, а збир следећих 50 чланова је 2700. Први члан низа је:

а) 3 ; б) 122; в) -21,5; г) -20,5; д) 3,5 .

Решење: г)

5. Полупречник лопте увећан је за 50%. Тада се површина лопте повећава за:

а) 50% ; б) 100% ; в) 25% ; г) 225% ; д) 125% .

Решење: д)

ПРИМЕР 14

1. Збир $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^{-1}+\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{-1}$ једнак је:

а) $2\sqrt{2}$; б) $2\sqrt{3}$; в) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; г) 3 ; д) 0 .

Решење: б)

2. Ако су x_1, x_2 решења једначине $3x^2-x-7=0$ тада је $x_1{}^3\cdot x_2{}^3$ једнако:

а) $\left(\frac{4}{3}\right)^3$; б) $\frac{193}{27}$; в) $-\left(\frac{7}{3}\right)^3$; г) $\left(\frac{1}{3}\right)^3$; д) $\left(\frac{7}{3}\right)^3$.

Решење: в)

3. Ако је полупречник описане кружнице око једнакостраничног троугла $R = 2\sqrt{3}$, тада је површина тог троугла једнака:

а) 36 ; б) $9\sqrt{3}$; в) 12 ; г) 27 ; д) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Решење: б)

4. Ако је површина базе правилне четворостране пирамиде $144\ \mathrm{cm}^2$ а површина омотача $192\ \mathrm{cm}^2$, тада је збир свих ивица те пирамиде једнак:

а) 88 cm; б) 12 cm; в) 40 cm; г) 48 cm; д) 20 cm.

Решење: а)

5. Једначина праве која пролази кроз пресек правих $x + y - 1 = 0$ и $2x - y - 5 = 0$ и нормалана је са правом $3x - y - 2 = 0$ гласи:

а) $y = 3x - 1$; б) $x + y + 2 = 0$; в) $y = \frac{1}{3}x + 3$; г) $x + 3y + 1 = 0$; д) $y = 3x + 1$.

Решење: г)

ПРИМЕР 15

1. Вредност израза $\left(\frac{1}{a-3b} - \frac{1}{a+3b} + \frac{6b}{a^2-9b^2}\right) : \frac{b(2a+b)}{a^2-9b^2}$ за $a = 0{,}003$ и $b = 5{,}994$ једнака је:

а) -2; б) $6{,}124$; в) $5{,}997$; г) 2 ; д) $-1{,}2$.

Решење: г)

2. Производ решења једначине $\sqrt{x^2 - 9} + x^2 - 9 = 20$ је:

а) 25 ; б) 0 ; в) - 25 ; г) 1 ; д) 20 .

Решење: в)

3. Решења једначине $\sin x + \cos 2x = 1$ су:

а) $x = k\pi$; б) $x_1 = k\pi, x_2 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, x_3 = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$;

в) $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$; г) $x = 2k\pi$; д) $x = \frac{k\pi}{2}$.

Решење: б)

4. Збир три узастопна члана аритметичког низа је 54. Ако је највећи од њих два пута већи од најмањег, тада је производ та три броја једнак:

а) 2000 ; б) 5184; в) 9832 ; г) 368 ; д) 1154.

Решење: б)

5. Обим већег дијагоналног пресека правилне шестостране призме је 22 cm. Висина призме је за 1 cm краћа од основне ивице. Запремина те призме је:

а) 72 cm^3; б) $72\sqrt{3}$ cm^3 ; в) 64 cm^3 ; г) 72π cm^3 ; д) $48\sqrt{3}$ cm^3.

Решење: б)

ПРИМЕР 16

1. Ако је $f(1-x)=3-2x$ тада је $f(x)$ једнако:

а) $2x+1$; б) $8-x$; в) $2x+3$; г) $1-x$; д) $x+3$.

Решење: а)

2. Скуп решења неједначине $\frac{x^2-x-6}{x^2-2x-3} \geq 1$ је :

а) $(-\infty,-1] \cup (3,+\infty)$; б) $(-1,+\infty)$; в) $(3,+\infty)$;

г) $(-1,3)$; д)$(-1,3) \cup (3,+\infty)$.

Решење: д)

3. Решења једначине $4^{\sqrt{x-2}}+16=10\cdot 2^{\sqrt{x-2}}$ су:

а) $x_1=4, x_2=8$; б) $x=3$; в) $x_1=3, x_2=9$;

г) $x_1=3, x_2=11$; д)$x_1=11, x_2=15$.

Решење: г)

4. Тетива круга је за 2 cm мања од пречника, а одстојање центра круга од тетиве је за 2 cm мање од полупречника. Дужина тетиве је:

а) 5 cm; б) 8 cm; в) 12 cm; г) 1 cm; д) 10 cm.

Решење: б)

5. Једначина круга чији је центар тачка $C(0,4)$ и садржи тачку $(5,-8)$ је:

а) $x^2+(y-4)^2=144$; б) $x^2+(y-4)^2=169$;

в) $(x-4)^2+y^2=169$; г) $(x-5)^2+(y+8)^2=10$.

Решење: б)

ПРИМЕР 17

1. Вредност израза $\left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+1}-\frac{1}{\sqrt{3}+3}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}+3}+\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right)^{-1}$ једнака је:

а) -1; б) $\sqrt{3}$; в) 1; г) $\sqrt{3}+3$; д) $\sqrt{3}+2$.

Решење: в)

2. Збир решења једначине $\sqrt{10+x}-\sqrt{10-x}=\sqrt{2x-8}$ је:

а) 10 ; б) 12 ; в) 14 ; г) 0 ; д) 1 .

Решење: в)

3. Скуп решења неједначине $\left|\frac{2x+3}{2x-3}\right|<1$ је :

а) $(0,+\infty)$; б) $(-\infty,0)$; в) $(3,4)$; г) $(-2,3)$; д) $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$.

Решење: б)

4. Количник геометријског низа који се састоји од шест чланова, чији је збир прва три члана 168, а збир последња три 21, је :

а) 2 ; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{4}$; г) $-\frac{1}{2}$; д) -2 .

Решење: б)

5. Висина купе је 12 cm, а површина осног пресека је 42 cm^2. Површина те купе је:

а) 56π cm^2; б) 49π cm^2 ; в) 56 cm^2 ;

г) 49 cm^2 ; д) 36π cm^2.

Решење: а)

ПРИМЕР 18

1. Производ решења једначине $|3x-2|+x=2$ је:

а) 1; б) 0; в) 2; г) -1; д) -2 .

Решење: б)

2. Решења једначине $sin\frac{x}{2}+cos\,x=1$ су:

а) $x=k\pi$; б) $x_1=2k\pi, x_2=\frac{\pi}{3}+4k\pi, x_3=\frac{5\pi}{3}+4k\pi$;

в) $x=\frac{\pi}{6}+2k\pi$; г) $x=2k\pi$; д) $x=\frac{k\pi}{2}$.

Решење: б)

3. Решење једначине $25^{\sqrt{x}}-124\cdot 5^{\sqrt{x}}=125$ је:

а) $x_1=-3, x_2=3$; б) $x=9$; в) $x_1=3, x_2=5$;
г) $x_1=4, x_2=5$; д) ни један од ових одговора .

Решење: б)

4. Хипотенуза c и катета a правоуглог троугла су узастопни природни бројеви. Квадрат друге катете је:

а) $c\cdot a$; б) $\frac{c}{a}$; в) $c+a$; г) $c-a$; д) ни један од ових одговора.

Решење: в)

5. Координате центра и полупречник круга чија је једначина $x^2+y^2-4y-21=0$ су:

а) $C(0,0), r=25$; б) $C(2,2), r=5$; в) $C(0,2), r=5$;

г)$C(0,2), r=25$; д) ни један од ових одговора .

Решење: в)

ПРИМЕР 19

1. Вредност израза $\left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}\right):\frac{1}{\sqrt{3}}$ једнака је:

а) 6 ; б) $\frac{1}{2}$; в) 4; г) $\sqrt{3}$; д) $\sqrt{3}+2$.

Решење: а)

2. Ако m људи ураде један посао за d дана, тада ће $m+r$ људи урадити тај исти посао за :

а) $d+r$ дана ; б) $d-r$ дана ; в) $\frac{md}{m+r}$ дана ;

г) $\frac{d}{m+r}$ дана ; д) $\frac{d}{m-r}$ дана .

Решење: в)

3. Производ решења једначине $\boldsymbol{log_x 3+log_3 x=log_{\sqrt{x}} 3+log_3 \sqrt{x}+\frac{1}{2}}$ је:

а) 9 ; б) 3 ; в) $\frac{1}{3}$; г) 27 ; д) -2 .

Решење: б)

4. Почетна три члана аритметичког низа су $x-1, x+1, 2x+3$ и то у датом редоследу. Тада је x једнако:

а) 2 ; б) 0; в) -2; г) 4; д) ни један од ових одговора.

Решење: б)

5. Растојање центра кружнице $x^2+y^2+2x-4y+4=0$ од тачке $M(-1,2)$ је:

а) -1; б) 1; в) 2; г) $\sqrt{2}$; д) 0 .

Решење: д)

ПРИМЕР 20

1. Ако се израз $\frac{a^2-b^2}{ab}-\frac{ab-b^2}{ab-a^2}$, под условима $a\neq 0, b\neq 0, a\neq b$, сведе на најпростији случај, добија се:

а) a^2; б) $\frac{a}{b}$; в) $a-2b$; г) $\frac{a^2-2b^2}{ab}$; д) b^2 .

Решење: б)

2. Корени једначине $3(m-1)x^2-4(m-1)x+2m-1=0$ задовољавају услов $x_2=3x_1$ за :

а) $m=3$; б) $m=0$; в) $m=\frac{3}{2}$; г) $m=\frac{4}{3}$; д) $m=1$.

Решење: б)

3. Вредност израза $\frac{\cos 2\alpha-\cos\alpha}{\sin(\alpha+15^\circ)+\sin\alpha}$ за $\alpha=30^\circ$ је:

а) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$; б) $\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}-1$; в) $\sqrt{6}+2$.

Решење: б)

4. Ако дужу страницу правоугаоника повећамо за 10% а другу смањимо за 10%, тада се површина правоугаоника :

а) смањи за 10%; б) повећа за 10%; в) не мења ;

г) смањи за 1% ; д) повећа за 1% .

Решење: г)

5. Запремина квадра чији је однос ивица $3:4:12$, а дијагонала $D = 26$ cm, једнака је:

а) 1152 cm^3; б) 768 cm^3 ; в) 1156 cm^3 ; г) 1134 cm^3 ; д) 932 cm^3.

Решење: а)

РЕШЕНИ ЗАДАЦИ СА РАНИЈЕ ОДРЖАНИХ ПРИЈЕМНИХ ИСПИТА

2015.

Задатак 1.

У скупу целих бројева збир решења једначине $|2x-3|-|x+2|=3-x$ је:

А) 2 ; Б) 0 ; В) -1 ; Г) 3.

Решење:

Како је $|2x-3| = \begin{cases} 2x-3, & x \geq \frac{3}{2} \\ 3-2x, & x < \frac{3}{2} \end{cases}$ и $|x+2| = \begin{cases} x+2, & x \geq -2 \\ -2-x, & x < -2 \end{cases}$, то x може припадати следећим интервалима $(-\infty$, -2) ; $\left[-2, \frac{3}{2}\right)$; $\left[\frac{3}{2}, \infty\right)$. Разликујемо три случаја:

1) $x < -2$, 2) -2≤ $x < \frac{3}{2}$, 3) $x \geq \frac{3}{2}$.

	$x < -2$	-2≤ $x < \frac{3}{2}$	$x \geq \frac{3}{2}$
$\lvert 2x-3\rvert$	$3-2x$	$3-2x$	$2x-3$
$\lvert x+2\rvert$	$-2-x$	$x+2$	$x+2$

1) За $x \in (-\infty, -2)$ дата једначина еквивалентна је једначини $3-2x-(-2-x)=3-x \Leftrightarrow 5-x=3-x$, па једначина у овом случају нема решења.

2) За $x \in \left[-2, \frac{3}{2}\right)$ дата једначина постаје $3-2x-(x+2)= 3-x \Leftrightarrow 1-3x=3-x \Leftrightarrow -2x=2 \Leftrightarrow x=-1.$

3) За $x \in \left[\frac{3}{2}, \infty\right)$ дата једначина еквивалентна је једначини

$$2x-3-(x+2)= 3-x \Leftrightarrow x-5=3-x \Leftrightarrow 2x=8 \Leftrightarrow x=4.$$

Дакле, $x=-1$ и $x=4$ су решења полазне једначине, па је збир решења -1+4=3.

Одговор: Г)

Задатак 2.

Ако је $\log 5 = a$, $\log 3 = b$, тада је $\log_{30} 8$ једнако:

А) $\frac{3-3a}{b+1}$; Б) $\frac{2-2a}{b+1}$; В) $\frac{3+3a}{b+1}$; Г) $\frac{2-2b}{a+1}$.

Решење:

На основу особина логаритама добија се:

$$\log_{30} 8 = \frac{\log 8}{\log 30} = \frac{\log 2^3}{\log 3\cdot 10} = \frac{3\log 2}{\log 3+\log 10} = \frac{3\log\frac{10}{5}}{\log 3+\log 10} = \frac{3\cdot(\log 10-\log 5)}{\log 3+\log 10} = \frac{3\cdot(1-a)}{b+1} = \frac{\mathbf{3-3}\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}\mathbf{+1}}$$

Одговор: А)

Задатак 3.

Вредност израза $\left(1-\sin\frac{\pi}{12}\right)\cdot\left(1+\sin\frac{\pi}{12}\right)$ је:

А) 2 ; Б) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$; В) $\frac{2+\sqrt{2}}{4}$; Г) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

Решење:

Користећи формулу за разлику квадрата и одговарајуће тригонометријске идентитете добија се:

$$\left(1-\sin\frac{\pi}{12}\right)\cdot\left(1+\sin\frac{\pi}{12}\right) = 1-\sin^2\frac{\pi}{12} = \cos^2\frac{\pi}{12} = \frac{1+\cos\frac{\pi}{6}}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4}.$$

Одговор: Г)

Задатак 4.

Збир прва четри члана аритметичког низа једнак је 2, а следећа 4 једнак је 18. Број чланова овог низа које треба сабрати да би се добио збир 35 је:

А) 10 ; Б) 14 ; В) 20 ; Г) 16.

Решење:

Према условима задатка $S_4 = 2$ и $S_8 = S_4 + 18 = 20$. Из формуле за збир првих n чланова аритметичког низа $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ и датих услова добија се следећи систем линеарних једначина $\frac{4}{2}(2a_1 + (4-1)d) = 2 \wedge \frac{8}{2}(2a_1 + (8-1)d) = 20$ тј. $4a_1 + 6d = 2 \wedge 8a_1 + 28d = 20$. Овај систем има решења $a_1 = -1$ и $d = 1$. Ако је n број првих чланова низа чији је збир 35, онда је $\frac{n}{2}\big(-2 + (n-1)\big) = 35$, односно $n^2 - 3n - 70 = 0$. Решавањем квадратне једначине добија се $n = 10$.

Одговор: А)

Задатак 5.

Ако су $AB = c$, $AC = b$, две странице троугла *ABC* и збир висина h_c и h_b једнак је трећој висини h_a ($h_a = h_c + h_b$), тада је страница *a* овог троугла једнака:

А) $\frac{bc}{b+c}$; Б) $\frac{b}{b+c}$; В) $\frac{c-b}{bc}$; Г) $\frac{c+b}{b}$.

Решење:

Како је површина троугла $= \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$, то је $h_a = \frac{2P}{a}, h_b = \frac{2P}{b}, h_c = \frac{2P}{c}$ и како за висине овог троугла важи $h_a = h_c + h_b$ добија се $\frac{2P}{a} = \frac{2P}{c} + \frac{2P}{b}$, одакле следи $\frac{1}{a} = \frac{1}{c} + \frac{1}{b} = \frac{b+c}{cb}$, те је *a*$= \frac{bc}{b+c}$.

Одговор: А)

2016.

Задатак 1.

Вредност израза $\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \left(\frac{x-4}{2x-5}\right)^{-1}\right) \div \frac{5}{x-4}$ је:

а) 2 б) $x + 2$ в) $2x$ г) 1

Решење:

За $x \geq 0\,, x \neq 4$

$$\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \left(\frac{x-4}{2x-5}\right)^{-1}\right) \div \frac{5}{x-4} = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x-5}{x-4}\right) \div \frac{5}{x-4}$$

$$= \left(\frac{x - 2\sqrt{x} + x + 2\sqrt{x} - 2x + 5}{x-4}\right) \cdot \frac{x-4}{5} = \frac{5}{x-4} \cdot \frac{x-4}{5} = 1$$

Одговор: Г)

Задатак 2.

Једначина $\sin\frac{x}{6} + \cos\frac{x}{3} = 1$ има на интервалу $[0, 2\pi)$

а) два решења   б) три решења   в) пет решења   г) нема решења

Решење:

$\sin\frac{x}{6} + \cos\frac{x}{3} = 1 \Leftrightarrow \sin\frac{x}{6} = 1 - \cos\frac{x}{3} \Leftrightarrow \sin\frac{x}{6} = 2\sin^2\frac{x}{6} \Leftrightarrow \sin\frac{x}{6}\left(2\sin\frac{x}{6} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \sin\frac{x}{6} = 0 \vee \sin\frac{x}{6} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x}{6} = k\pi \vee \frac{x}{6} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee \frac{x}{6} = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \Leftrightarrow x = 6k\pi \vee x = \pi + 12k\pi \vee x = 5\pi + 12k\pi$

Како решење треба припадати интервалу $[0, 2\pi)$ то су решења x=0 и $x = \pi$.

Одговор: А)

Задатак 3.

Бројеви $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 19)$, представљају три узастопна члана аритметичког низа за:

а) $x = 1$ б) $x = \log_2 3$ в) $x = \log_5 2$ г) $x = 3$

Решење:

Како је разлика два узастопна члана аритметичког низа константна то је:

$$\log(2^x + 1) - \log 3 = \log(2^x + 19) - \log(2^x + 1) \Leftrightarrow$$

$$\log\left(\frac{2^x + 1}{3}\right) = \log\left(\frac{2^x + 19}{2^x + 1}\right) \Leftrightarrow$$

$$\frac{2^x+1}{3} = \frac{2^x+19}{2^x+1} \Leftrightarrow (2^x + 1)^2 = 3 * (2^x + 19) \Leftrightarrow$$

$$(2^x)^2 + 2 * 2^x + 1 = 3 * 2^x + 57 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2^x - 56 = 0,$$

Након увођења смене $t = 2^x, t > 0$. Једначина се своди на $t^2 - t - 56 = 0$ чија су решења t_1=8 и t_2=-7. Како је $t > 0$ то је решење које задовољава услов t = 8, односно 2^x=8=2^3 одакле је x=3.

Одговор: Г)

Задатак 4.

Површина једнакостраничног троугла је $4\sqrt{3}\ cm^2$. Површина кружног прстена који граде описани и уписани круг тог троугла је:

а) $4\ \pi cm^2$.   б) $12\ cm^2$ в) $16\sqrt{3} cm^2$ г) $64\pi\ cm^2$

Решење:

Означимо са a страницу троугла и h висину. Применом формуле за површину троугла $P = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$, добија се: $4\sqrt{3} = \frac{a^2}{4}\sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 = 16$, одакле је $a = 4cm$. Како је површина кружног прстена $P = (R^2 - r^2)\pi$ и $R = \frac{2}{3}h, r = \frac{1}{3}h$ заменом у формули за површину кружног прстена добија се $P = \left(\frac{4}{9}h^2 - \frac{1}{9}h^2\right)\pi = \frac{1}{3}h^2\pi$. Заменом $h = a\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3cm}$ добија се $P = 4\pi cm^2$.

Одговор: А)

Задатак 5.

Једначине тангенте круга $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 5 = 0$ које пролазе кроз пресек правих $x - 2y - 8 = 0$ и $y = 3x - 14$ су:

а) $y = 2x - 10$ и $2y + x = 0$ б) $y = x + 10$ и $y = 2x - 10$ в) $y - 2x = 10$ и $y = 2x + 10$ г) $y = x - 1$ и $y + 2x = 10$

Решење:

Права $y = kx + n$ додирује кружницу $(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$ ако је испуњен услов додира $(kp - q + n)^2 = r^2(k^2 + 1)$. Једначина кружнице може се записати у облику:$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 5$. Центар ове кружнице је тачка $C = (1, -3)$, и полупречник $r = \sqrt{5}$. Решавањем система $x - 2y - 8 = 0$ и $3x - y - 14 = 0$ добија се пресечна тачк $P = (4, -2)$. Заменом у једначини тангенте $y = kx + n$ добија се $n = -4k - 2$ Из услова додира тангенте и кружнице добија се $(k + 3 - 2 - 4k)^2 = 5(k^2 + 1)$. Након сређивања претходне једначине добија се $4k^2 - 6k - 4 = 0$ Одакле је $k_1 = -\frac{1}{2}$, $k_2 = 2$, а тражене једначине тангенти су: $y = 2x - 10$ и $2y + x = 0$

Одговор: А)

2017.

Задатак 1.

Збир решења једначине $\sqrt{4x^2 - 12x + 9} - \sqrt{x^2 + 4x + 4} = \mathbf{3 - x}$ је:

а) 2; б) $x + 2$; в) $2x$; г) 3.

Решење:

$\sqrt{4x^2-12x+9}-\sqrt{x^2+4x+4}=3-x \Leftrightarrow \sqrt{(2x-3)^2}-\sqrt{(x+2)^2}=3-x \Leftrightarrow |2x-3|-|x+2|=3-x$

Како је $|2x-3|=\begin{cases}2x-3, & x\geq\frac{3}{2}\\ 3-2x, & x<\frac{3}{2}\end{cases}$ и $|x+2|=\begin{cases}x+2, & x\geq-2\\ -2-x, & x<-2\end{cases}$, то x може припадати следећим интервалима

$(-\infty$, -2) ; $\left[-2,\frac{3}{2}\right)$; $\left[\frac{3}{2},\infty\right)$. Разликујемо три случаја:

1) $x<-2$, 2) -2≤ $x<\frac{3}{2}$, 3) $x\geq\frac{3}{2}$.

	$x<-2$	-2≤ $x<\frac{3}{2}$	$x\geq\frac{3}{2}$
$\lvert 2x-3\rvert$	$3-2x$	$3-2x$	$2x-3$
$\lvert x+2\rvert$	$-2-x$	$x+2$	$x+2$

1) За $x\in(-\infty,-2)$ дата једначина еквивалентна је једначини

$3-2x-(-2-x)=3-x \Leftrightarrow 5-x=3-x$, па једначина у овом случају нема решења.

2) За $x\in\left[-2,\frac{3}{2}\right)$ дата једначина постаје

$$3-2x-(x+2)=3-x \Leftrightarrow 1-3x=3-x \Leftrightarrow -2x=2 \Leftrightarrow x=-1.$$

3) За $x\in\left[\frac{3}{2},\infty\right)$ дата једначина еквивалентна је једначини

$$2x-3-(x+2)=3-x \Leftrightarrow x-5=3-x \Leftrightarrow 2x=8 \Leftrightarrow x=4.$$

Дакле, $x=-1$ и $x=4$ су решења полазне једначине , па је збир решења -1+4=3.

Одговор: Г)

Задатак 2.

Ако је $\log 2=a$, $\log 7=b$, тада је $\log_5 9.8$ једнако:

а) $\frac{a+2b-1}{1-a}$; б) $\frac{2-2a}{b+1}$; в) $\frac{2-2b}{a+1}$; г) 1.96;

Решење:

На основу особина логаритама добија се:

$$\log_5 9.8=\frac{\log 9.8}{\log 5}=\frac{\log\frac{98}{10}}{\log\frac{10}{2}}=\frac{\log 98-\log 10}{\log 10-\log 2}=\frac{\log 2\cdot 49-1}{1-a}=\frac{\log 2+\log 49-1}{1-a}=\frac{a+\log 7^2-1}{1-a}=\frac{a+2\log 7-1}{1-a}=\frac{a+2b-1}{1-a}.$$

Одговор: А)

Задатак 3.

Вредност израза $\dfrac{\cos 81^{\circ}+\cos 71^{\circ}+\cos 21^{\circ}+\cos 11^{\circ}}{\sin 81^{\circ}+\sin 71^{\circ}-\sin 21^{\circ}-\sin 11^{\circ}}$ је:

а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) 1; в) $\frac{1}{2}$; г) $\sqrt{3}$.

Решење:

Користећи формуле за трансформацију збира и разлике тригонометријских функција у производ добија се:

$$\frac{\cos 81^{\circ}+\cos 71^{\circ}+\cos 21^{\circ}+\cos 11^{\circ}}{\sin 81^{\circ}+\sin 71^{\circ}-\sin 21^{\circ}-\sin 11^{\circ}}=\frac{\cos 81^{\circ}+\cos 21^{\circ}+\cos 71^{\circ}+\cos 11^{\circ}}{\sin 81^{\circ}-\sin 21^{\circ}+\sin 71^{\circ}-\sin 11^{\circ}}$$

$$=\frac{2\cos\frac{81^{\circ}-21^{\circ}}{2}\cos\frac{81^{\circ}+21^{\circ}}{2}+2\cos\frac{71^{\circ}-11^{\circ}}{2}\cos\frac{71^{\circ}+11^{\circ}}{2}}{2\sin\frac{81^{\circ}-21^{\circ}}{2}\cos\frac{81^{\circ}+21^{\circ}}{2}+2\sin\frac{71^{\circ}-11^{\circ}}{2}\cos\frac{71^{\circ}+11^{\circ}}{2}}=\frac{2\cos 30^{\circ}\cos 51^{\circ}+2\cos 30^{\circ}\cos 41^{\circ}}{2\sin 30^{\circ}\cos 51^{\circ}+2\sin 30^{\circ}\cos 41^{\circ}}$$

$$=\frac{2\cos 30^{\circ}(\cos 51^{\circ}+\cos 41^{\circ})}{2\sin 30^{\circ}(\cos 51^{\circ}+\cos 41^{\circ})}=\frac{\cos 30^{\circ}}{\sin 30^{\circ}}=\cot 30^{\circ}=\sqrt{3}.$$

Одговор: Г)

Задатак 4.

Нумеричке вредности страница троугла су чланови аритметичког низа. Странице се разликују за $3cm$. Ако је обим тог троугла 36 cm, онда је површина кружног прстена који граде описани и уписани круг тог троугла

а) $\frac{189}{4}\ \pi cm^2$; б) $12\ cm^2$; в) $36\sqrt{3}cm^2$; г) $64\pi\ cm^2$.

Решење:

Нека су $a-d,\ a,\ a+d$ чланови аритметичког низа. Из услова задатка следи да је $d=3$ и $a-d+a+a+d=36$. Одатле је $a=12$. Отуда су странице троугла $b=a-d=9,\ a=12,\ c=a+d=15$ (у cm). С обзиром да су све три странице троугла познате површина се може израчунати помоћу Хероновог обрасца $P=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},\ s=\frac{a+b+c}{2}$. Заменом одговарајућих вредности следи да је $P=54cm^2$. Како је полупречнок уписаног круга $=\frac{P}{S}=\frac{54cm^2}{18cm}=3cm$, а полупречник описаног круга $R=\frac{abc}{4P}=\frac{15}{2}cm$ то је површина кружног прстена $P=(R^2-r^2)\pi=\frac{189}{4}\ \pi cm^2$.

Одговор: А)

Задатак 5.

У праву четворострану призму чија је основа једнакокраки трапез уписан је ваљак висине H=10 cm и пречника основе $R = 12cm$. Ако је крак трапеза $c = 15cm$, тада је запремина призме:

а) $1800cm^3$; б) $360cm^3$; в) $180cm^3$; г) $1440cm^3$.

Решење:

Како је ваљак уписан у призму, то је основа призме тангентни четвороугао, па су збирови наспрамних страница једнаки, тј. $a + b = 2c$, пречник основе ваљка једнак је висини основе призме $h = R = 12cm$. Површина основе призме $B_P = \frac{a+b}{2}h = 180cm^2$. Запремина призме $V_P = B_P \cdot H = 1800cm^3$.

Одговор: А)

2018.

Задатак 1.

Производ решења једначине $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x = 10$ је:

а) 2 ; б) -2 ; в) -4 ; г) -16 .

Решење:

Дату једначину можемо записати и у следећем облику: $(5-2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} + (5+2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} = 10$.

Како је $(5-2\sqrt{6}) \cdot (5+2\sqrt{6}) = 1$, то је $5-2\sqrt{6} = \frac{1}{5+2\sqrt{6}}$. Коришћењем смене да је $t = (5-2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}}$, једначина добија облик: $t + \frac{1}{t} = 10$, односно, $t^2 - 10t + 1 = 0$.

Решења квадратне једначине су: $t_1 = 5-2\sqrt{6}$ и $t_2 = 5+2\sqrt{6}$. Враћањем смене добија се:

$(5-2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} = 5-2\sqrt{6} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2$;

$(5-2\sqrt{6})^{\frac{x}{2}} = 5+2\sqrt{6} = \frac{1}{5-2\sqrt{6}} = (5-2\sqrt{6})^{-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{2} = -1 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -2$.

Производ решења једначине једнак је -4

Одговор: В)

Задатак 2.

Вредност израза $\dfrac{(cos^2x - sin^2 x)(2+sin\,2x)}{cos^3x - sin^3x}$ једнака је:

а) $cos\,x + sin\,x$; б) $2(cos\,x + sin\,x)$; в) $cos^2 x + 1$; г) 2.

Решење:

Коришћењем формуле за разлику квадрата, разлику кубова и изражавањем синуса двоструког угла, дати израз је једнак:

$$\frac{(cos^2x - sin^2x)(2+sin\,2x)}{cos^3x - sin^3x} = \frac{(cos\,x - sin\,x)(cos\,x + sin\,x)\cdot 2(1+sin\,x\cdot cos\,x)}{(\,cos\,x - sin\,x\,)(\,cos^2x + cos\,x\cdot sin\,x + sin^2x)}$$

Скраћивањем истих чинилаца и коришћењем основног тригонометријског идентитета

$sin^2x + cos^2 x = 1$, добија се: $\frac{(cos\,x+sin\,x)\cdot 2(1+sin\,x\cdot cos\,x)}{1+sin\,x\cdot cos\,x} = 2\,(cos\,x + sin\,x)$

Одговор: Б)

Задатак 3.

Ако су: $log_7\left(16\cdot 2^{\frac{4x-13}{3}}\right)$, $\dfrac{x+1}{log_2 7}$ и $log_7\left(\frac{1}{32}\cdot 2^{\frac{5x}{3}+7}\right)$ прва три члана аритметичког низа, тада је x једнако:

а) 3; б) $-\frac{1}{3}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{1}{3}$.

Решење:

Свођењем чланова аритметичког низа на исту основу логаритма и сређивањем степена истих основа, добија се:

$a_1 = log_7\left(16\cdot 2^{\frac{4x-13}{3}}\right) = log_7\left(2^4\cdot 2^{\frac{4x-13}{3}}\right) = log_7\, 2^{\frac{4x-1}{3}}$;

$a_2 = \frac{x+1}{log_2 7} = (x+1)\, log_7\, 2 = log_7\, 2^{x+1}$;

$a_3 = log_7\left(\frac{1}{32}\cdot 2^{\frac{5x}{3}+7}\right) = log_7 \frac{2^{\frac{5x}{3}+7}}{2^5} = log_7\ 2^{\frac{5x}{3}+2}$.

По дефиницији аритметичког низа важи $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$, па је:

$log_7 2^{x+1} - log_7 2^{\frac{4x-1}{3}} = log_7 2^{\frac{5x}{3}+2} - log_7 2^{x+1}$.

Како је разлика логаритама истих основа једнака логаритму количника аргумената, важи да је:

$$log_7 \frac{2^{x+1}}{2^{\frac{4x-1}{3}}} = log_7 \frac{2^{\frac{5x}{3}+2}}{2^{x+1}} \quad\Leftrightarrow\quad \frac{2^{x+1}}{2^{\frac{4x-1}{3}}} = \frac{2^{\frac{5x}{3}+2}}{2^{x+1}} \ .$$

Сређивањем степена броја 2, добија се:

$$2^{2x+2} = 2^{\frac{9x+5}{3}} \quad\Leftrightarrow\quad 2x+2 = \frac{9x+5}{3} \quad\Leftrightarrow\quad 3x = 1 \quad\Leftrightarrow\quad x = \frac{1}{3}.$$

Одговор: Г)

Задатак 4.

Обим и површина троугла који образују пресечне тачке праве p: $x + y - 3 = 0$ и кружнице K: $x^2 + y^2 + 8y - 9 = 0$ и центар дате кружнице је:

а) $O = 10 + \sqrt{2}$ $P = \frac{7}{2}$;

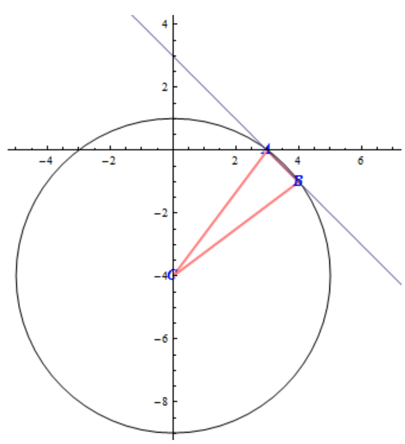
б) $O = \frac{10-\sqrt{2}}{7}$ $P = \frac{-7}{2}$;

в) $O = 10 - \sqrt{2}$ $P = \frac{2}{7}$;

г) $O = 10 + \sqrt{2}\ cm$ $P = \frac{7}{2}\ cm^2$.

Решење:

Пресечне тачке праве и кружнице $(A \text{ и } B)$ добијамо решавањем система једначина: $x + y - 3 = 0$ и $x^2 + y^2 + 8y - 9 = 0$; $A(3,0)$ и $B(4,-1)$.



Троугао ABC је једнакокраки, јер је $AC = BC = r$. Свођењем једначине кружнице на општи облик, добија се: $K\colon\ x^2 + (y+4)^2 = 25$, па је центар кружнице тачка $C(0,-4)$, а полупречник $r = 5$. Тако су познате две странице троугла: $AC = BC = r = 5$. Трећу страницу AB можемо добити као растојање између две тачке: $d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{2}$. Обим троугла једнак је:

$$O = 5 + 5 + \sqrt{2} = 10 + \sqrt{2} \quad .$$

Како су познате координате сва три темена троугла, површину троугла можемо израчунати преко формуле:

$$P = \frac{1}{2}\ |x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| = \frac{7}{2}\ .$$

Одговор: А)

Задатак 5.

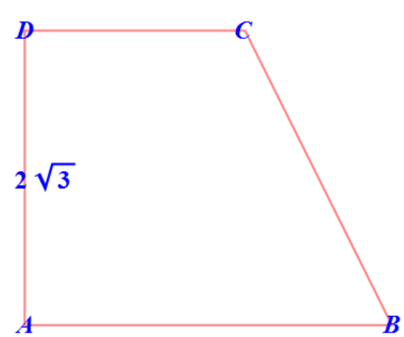
Површина тела које настаје ротацијом правоуглог трапеза $ABCD$ око мањег крака $D = 2\sqrt{3}\,cm$, ако је површина трапеза $P = 18\sqrt{3}\,cm^2$ и разлика основица трапеза $6cm$, једнака је:

а) $244\sqrt{3}\,\pi\,cm^2$; б) $\left(45 + 18\sqrt{3}\right)4\,\pi\,cm^3$; в) $(180 + 72\,)\sqrt{3}\pi\,cm^2$; г)$\left(180 + 72\sqrt{3}\right)\pi\,cm^2$.

Решење:

Правоугли трапез који ротира око мањег крака формира зарубљену купу, за коју важи да су полупречници основа једнаки основицама трапеза а висина зарубљене купе једнака је висини, односно, мањем краку трапеза.

Површина зарубљене купе једнака је: $P = {r_1}^2\,\pi + {r_2}^2\,\pi + (r_1 + r_1)\pi\,s$.



Како је површина трапеза једнака:

$$P = \frac{a+b}{2}h = \frac{a+b}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 18\sqrt{3}\ cm^2 \qquad \Rightarrow \qquad a+b = 18\ cm \ .$$

Како је дата разлика основица $a - b = 6\ cm$, решавањем система добијамо основице, односно полупречнике основа:

$r_1 = a = 12\ cm \quad \Rightarrow \quad {r_1}^2\,\pi = 144\,\pi\ cm^2$,

$r_2 = b = 6\ cm \quad \Rightarrow \quad {r_2}^2\,\pi = 36\,\pi\ cm^2$.

Изводница купе добија се Питагорином теоремом: $s^2 = BC^2 = h^2 + (a-b)^2 = 48\ cm^2$, па је

$s = 4\sqrt{3}\ cm$.

Површина зарубљене купе једнака је:

$P = {r_1}^2\,\pi + {r_2}^2\,\pi + (r_1 + r_1)\pi\, s = 144\,\pi\ cm^2 + 36\,\pi\ cm^2 + 18cm\,\pi \cdot 4\sqrt{3}\ cm$,

$P = \left(180 + 72\sqrt{3}\right)\pi\ cm^2$.

Одговор: Г)

2019.

Задатак 1.

Упрошћен израз $\frac{x^2-x-1}{x-1} : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-1}\right)$ има вредност:

а) $\frac{x+1}{x^2-x-1}$; б) 1 ; в) $\frac{x^2-x-1}{2}$; г) x .

Решење:

Уз услове да је $x + 1 \neq 0$ и $x - 1 \neq 0$, односно, $x \neq -1$ и $x \neq 1$, дати израз једнак је:

$$\frac{x^2-x-1}{x-1} : \left(\frac{1}{x+1}^{(\cdot(x-1)} + \frac{1}{x-1}^{(\cdot(x+1)} + \frac{2}{x^2-1}\right) = \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{x-1+x+1+2}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{2x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} : \frac{2}{x - 1} = \frac{x^2 - x - 1}{2}.$$

Тачно решење задатка је под **в)** $\boldsymbol{\frac{x^2-x-1}{2}}$ **.**

Задатак 2.

Упрошћен израз $\frac{\sin 2x+\cos 2x-1}{1-\sin 2x}$ има вредност:

а) $\cos x - \sin x$; б) $\frac{2\sin x}{\cos x-\sin x}$; в) $\sin x$; г) 1 .

Решење:

Уз услове да је $\cos x - \sin x \neq 0$, односно, $\cos x \neq \sin x$, што је испуњено за $x_1 \neq \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ и $x_2 \neq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, дати израз једнак је:

$$\frac{\sin 2x + \cos 2x - 1}{1 - \sin 2x} = \frac{2\sin x\cos x + \cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x\cos x} =$$

$$= \frac{2\sin x\cos x - 2\sin^2 x}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{2\sin x\,(\cos x - \sin x)}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{2\sin x}{\cos x - \sin x}\ .$$

Тачно решење задатка је под **б)** $\boldsymbol{\frac{2\sin x}{\cos x-\sin x}}$ **.**

Задатак 3.

Квадрат збира свих реалних решења једначине $\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2$ је:

а) 36 ; б) 26 ; в) 6 ; г) 16 .

Решење:

Уз услове дефинисаности квадратних корена, $3x + 1 \geq 0$ и $x - 1 \geq 0$, односно, $x \geq -\frac{1}{3}$ и $x \geq 1$ што оба услова испуњава кад је $x \geq 1$, дата једначина је еквивалентна:

$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{3x+1} = 2 + \sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow\ 3x+1=4+4\sqrt{x-1}+x-1 \quad \Leftrightarrow \quad 2x-2=4\sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad x-1=2\sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad x^2-2x+1=4x-4$
$\Leftrightarrow \quad x^2-6x+5=0$.

Коришћењем Виетове формуле важи да је $x_1+x_2=6,$ па је $(x_1+x_2)^2=36.$

Тачно решење задатка је под **а)** $\mathbf{36}$ **.**

Задатак 4.

Странице правоуглог троугла су чланови аритметичког низа са разликом $2cm$. Обим и површина тог троугла једнаки су:

а) $O=12cm,$ $P=24cm^2$;

б) $O=24cm,$ $P=24cm^2$;

в) $O=12cm,$ $P=12cm^2$;

г) $O=24,$ $P=48$.

Решење:

Странице правоуглог троугла су чланови аритметичког низа са разликом $2cm$ па важи релација: $a=b-2cm,\ b,\ c=b+2cm.$ Применом Питагорине теореме можемо израчунати странице правоуглог троугла:

$(b+2)^2=(b-2)^2+b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2+4b+4=b^2-4b+4+b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2-8b=0 \quad \Leftrightarrow \quad b\,(b-8)=0.$

Како је b страница троугла, једино прихватљиво решење је $b=8cm$, одакле је $a=6cm$ и $c=10cm.$ Обим и површина тог троугла биће једнаки:

$$O=a+b+c=6cm+8cm+10cm=24cm\ ,\quad P=\frac{ab}{2}=\frac{6cm\cdot 8cm}{2}=24cm^2\ .$$

Тачно решење задатка је под **б)** $O=\mathbf{24cm}$ **,** $\boldsymbol{P=24cm^2}$**.**

Задатак 5.

У ваљак са површином базиса $36\pi\ cm^2$ и запремином $120\pi\ cm^3$ уписана је правилна призма чија је основа многоугао са збиром унутрашњих углова 720°. Површина и запремина те призме су:

а) $P=36(3\pi+10)cm^2,$ $V=\ 540\pi\ cm^3$;

б) $P=27\big(2\sqrt{3}+14\big)cm^2,$ $V=\ 270\sqrt{3}\ cm^3$;

в) $P=36\big(3\sqrt{3}+10\big)cm^2,$

г) $P=27(2\pi+14)cm^2,$

$V = 540\sqrt{3}cm^3$; $V = 270\pi cm^3$.

Решење:

Из услова да је површина базиса ваљка $B_v = r^2\pi = 36\pi\ cm^2$, добија се $r = 6cm$, а из услова да је запремина ваљка $V_v = 2r\pi H = 120\pi cm^3$, добија се $H = 10cm$.

Како је основа призме многоугао са збиром унутрашњих углова 720°, важи да је: $S_n = (n-2) \cdot 180^{\circ} = 720^{\circ}$, одакле се добија да је $n = 6$, односно да је у основи призме правилни шестоугао и да је $r = a$. Тада су површина и запремина уписане призме у ваљак једнаке:

$$P = 2B + M = 2 \cdot 6 \cdot \frac{(6cm)^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot 6cm \cdot 10cm = 108\sqrt{3}\ cm^2 + 360cm^2 = 36(3\sqrt{3} + 10)cm^2,$$

$$V = B \cdot H = 6 \cdot \frac{(6cm)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 10cm = 540\sqrt{3}cm^3.$$

Тачно решење задатка је под **в)** $\boldsymbol{P = 36(3\sqrt{3} + 10)\ cm^2}$, $\boldsymbol{V = 540\sqrt{3}cm^3}$.

2020.

Задатак 1.

Упрошћени израз $\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)\left(\frac{a-b}{a+b} - 1\right)\left(\frac{a+b}{a-b} + 1\right)$ има облик:

а) $a^2 + 2ab + b^2$; б) -4 ; в) 4 ; г) 1 .

Решење:

Уз услове да је $a \neq 0$, $b \neq 0$, $a + b \neq 0$, $a - b \neq 0$, дати израз једнак је:

$$\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right)\left(\frac{a-b}{a+b} - 1\right)\left(\frac{a+b}{a-b} + 1\right) = \left(\frac{b^2}{ab} - \frac{a^2}{ab}\right)\left(\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a+b}\right)\left(\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a-b}\right) =$$

$$= \frac{b^2 - a^2}{ab} \cdot \frac{a-b-a-b}{a+b} \cdot \frac{a+b+a-b}{a-b} = \frac{(b-a)(b+a)}{ab} \cdot \frac{-2b}{a+b} \cdot \frac{2a}{a-b} =$$

$$= \frac{-(a-b)(b+a)}{ab} \cdot \frac{-4ab}{(a+b)(a-b)} = 4 \quad .$$

Тачно решење задатка је под **в) 4 .**

Задатак 2.

Ако је $\log 3 = a$, $\log 5 = b$, тада је $\log_{60} 16$ једнак:

а) $\frac{3-3a}{b+1}$; б) $\frac{6-6a}{2b+1}$; в) $\frac{3+3a}{b+1}$; г) $\frac{4-4b}{a-b+2}$.

Решење:

Применом особина логаритама добија се:

$$\log_{60} 16 = \frac{\log 16}{\log 60} = \frac{\log 2^4}{\log(3 \cdot 5 \cdot 4)} = \frac{4\ \log 2}{\log 3 + \log 5 + \log 2^2} = \frac{4 \log \frac{10}{5}}{a + b + 2 \log \frac{10}{5}} =$$

$$= \frac{4\ (\log 10 - \log 5)}{a + b + 2(\log 10 - \log 5)} = \frac{4(1-b)}{a + b + 2(1-b)} = \frac{4-4b}{a-b+2} \ .$$

Тачно решење задатка је под **г) $\frac{4-4b}{a-b+2}$.**

Задатак 3.

Ако су странице троугла чланови аритметичког низа, полуобим једнак $15\ cm$, а површина $15\sqrt{3}\ cm^2$, тада је дужина висине која одговара најдужој страници троугла једнака:

а) $5\sqrt{3}\ cm$; б) $\frac{15\sqrt{3}}{7}\ cm$; в) $\frac{15\sqrt{3}}{3}\ cm$; г) $3\sqrt{3}\ cm$.

Решење:

Ако странице троугла, чланове аритметичког низа, означимо редом са: $a_1 = a - d$, $a_2 = a$, $a_3 = a + d$, из услова да је полуобим једнак $15\ cm$, односно, обим, збир све три странице троугла једнак $30\ cm$, добија се да је $a = 10\ cm$. Остале странице троугла добиће се израчунавањем разлике аритметичког низа d . Из услова површине, применом Хероновог обрасца, добија се:

$$P = \sqrt{15 \cdot (15-10)\big(15-(10-d)\big)(15-(10+d))} = 15\sqrt{3} \qquad / \ ^2$$

$$15 \cdot 5 \cdot (5+d)(5-d) = 15^2 \cdot 3$$

$$25 - d^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad d^2 = 16 \quad \Leftrightarrow \quad d = \pm 4 \ .$$

Ако претпоставимо да је a_1 најкраћа страница у троуглу, тј. да је аритметички низ растући, онда је $d = 4$, а странице у троуглу $a_1 = a - d = 6\,cm,$ $a_2 = a = 10cm$, $a_3 = a + d = 14\,cm.$ Висину која одговара најдужој страници, наћи ћемо из услова за површину:

$$P = \frac{a_3 \cdot h_3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{14 \cdot h_3}{2} = 15\sqrt{3}\,,$$

одакле се добија да је $h_3 = \frac{15\sqrt{3}}{7}\,cm$.

Тачно решење задатка је под **б)** $\boldsymbol{\frac{15\sqrt{3}}{7}\,cm}$.

Задатак 4.

У правилан многоугао који има укупно **9** дијагонала уписан је круг. Површина тог круга износи $\boldsymbol{27\,\pi\,cm^2}$. Површина многоугла у који је уписан круг износи:

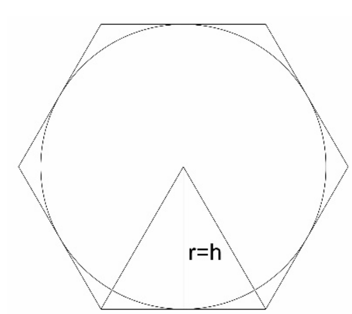
а) $9\sqrt{3}cm^2$; б) $27\sqrt{3}cm^2$; в) $54\sqrt{3}cm^2$; г) $\frac{81}{2}\sqrt{3}cm^2$.

Решење:

Коришћењем обрасца за укупан број дијагонала многоугла, добија се:

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2} = 9 \quad \Leftrightarrow \quad n^2 - 3n - 18 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad n_1 = 6 \quad n_2 = -3\,.$$

Како је $n \in N$, $(n \geq 3)$, једино решење које прихватамо је $n = 6$, тј. да је у питању шестоугао.



Из површине круга добија се:

$$27\pi = r^2\pi = h^2\pi \quad \Leftrightarrow \quad h = 3\sqrt{3}\,cm = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a = 6\ cm.$$

Површина шестоугла биће једнака:

$$P = 6\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 3\frac{36\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}\ cm^2\ .$$

Тачно решење задатка је под **в)** $\mathbf{54\sqrt{3}cm^2}$ **.**

БЕЛЕШКЕ:

БЕЛЕШКЕ:

БЕЛЕШКЕ: