АКАДЕМИЈА ТЕХНИЧКО-ВАСПИТАЧКИХ СТРУКОВНИХ СТУДИЈА
ОДСЕК НИШ

01.07.2020.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Задатак 1.

Упрошћени израз $\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a-b}{a+b}-1\right)\left(\frac{a+b}{a-b}+1\right)$ има облик:

а) $a^2+2ab+b^2$; б) -4 ; в) 4 ; г) 1 .

Решење:

Уз услове да је $a\neq 0$, $b\neq 0$, $a+b\neq 0$, $a-b\neq 0$, дати израз једнак је:

$$\left(\frac{b}{a}-\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a-b}{a+b}-1\right)\left(\frac{a+b}{a-b}+1\right)=\left(\frac{b^2}{ab}-\frac{a^2}{ab}\right)\left(\frac{a-b}{a+b}-\frac{a+b}{a+b}\right)\left(\frac{a+b}{a-b}+\frac{a-b}{a-b}\right)=$$

$$=\frac{b^2-a^2}{ab}\cdot\frac{a-b-a-b}{a+b}\cdot\frac{a+b+a-b}{a-b}=\frac{(b-a)(b+a)}{ab}\cdot\frac{-2b}{a+b}\cdot\frac{2a}{a-b}=$$

$$=\frac{-(a-b)(b+a)}{ab}\cdot\frac{-4ab}{(a+b)(a-b)}=4\quad .$$

Тачно решење задатка је под **в) 4 .**

Задатак 2.

Ако је $\log 3=a$, $\log 5=b$, тада је $\log_{60}16$ једнако:

а) $\frac{3-3a}{b+1}$; б) $\frac{6-6a}{2b+1}$; в) $\frac{3+3a}{b+1}$; г) $\frac{4-4b}{a-b+2}$.

Решење:

Применом особина логаритама добија се:

$$\log_{60}16=\frac{\log 16}{\log 60}=\frac{\log 2^4}{\log(3\cdot 5\cdot 4)}=\frac{4\ \log 2}{\log 3+\log 5+\log 2^2}=\frac{4\log\frac{10}{5}}{a+b+2\log\frac{10}{5}}=$$

$$= \frac{4\,(\log 10 - \log 5)}{a + b + 2(\log 10 - \log 5)} = \frac{4(1-b)}{a+b+2(1-b)} = \frac{4-4b}{a-b+2}\ .$$

Тачно решење задатка је под **г)** $\boldsymbol{\frac{4-4b}{a-b+2}}$ **.**

Задатак 3.

Ако су странице троугла чланови аритметичког низа, полуобим једнак $15\ cm$, а површина $15\sqrt{3}\ cm^2$, тада је дужина висине која одговара најдужој страници троугла једнака:

а) $5\sqrt{3}\ cm$; б) $\frac{15\sqrt{3}}{7}\ cm$; в) $\frac{15\sqrt{3}}{3}\ cm$; г) $3\sqrt{3}\ cm$.

Решење:

Ако странице троугла, чланове аритметичког низа, означимо редом са: $a_1 = a - d$, $a_2 = a$, $a_3 = a + d$, из услова да је полуобим једнак $15\ cm$, односно, обим, збир све три странице троугла једнак $30\ cm$, добија се да је $a = 10\ cm$. Остале странице троугла добиће се израчунавањем разлике аритметичког низа d . Из услова површине, применом Хероновог обрасца, добија се:

$$P = \sqrt{15 \cdot (15-10)\big(15-(10-d)\big)(15-(10+d))} = 15\sqrt{3} \qquad /\ ^2$$

$$15 \cdot 5 \cdot (5+d)(5-d) = 15^2 \cdot 3$$

$$25 - d^2 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad d^2 = 16 \quad \Leftrightarrow \quad d = \pm 4\ .$$

Ако претпоставимо да је a_1 најкраћа страница у троуглу, тј. да је аритметички низ растући, онда је $d = 4$, а странице у троуглу $a_1 = a - d = 6\ cm$, $a_2 = a = 10cm$, $a_3 = a + d = 14\ cm$. Висину која одговара најдужој страници, наћи ћемо из услова за површину:

$$P = \frac{a_3 \cdot h_3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{14 \cdot h_3}{2} = 15\sqrt{3}\,,$$

одакле се добија да је $h_3 = \frac{15\sqrt{3}}{7}\ cm$.

Тачно решење задатка је под **б)** $\boldsymbol{\frac{15\sqrt{3}}{7}\ cm}$.

Задатак 4.

У правилан многоугао који има укупно **9** дијагонала уписан је круг. Површина тог круга износи $\boldsymbol{27\ \pi\ cm^2}$. Површина многоугла у који је уписан круг износи:

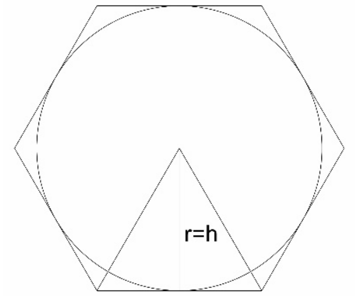
а) $9\sqrt{3}cm^2$; б) $27\sqrt{3}cm^2$; в) $54\sqrt{3}cm^2$; г) $\frac{81}{2}\sqrt{3}cm^2$.

Решење:

Коришћењем обрасца за укупан број дијагонала многоугла, добија се:

$$D_n = \frac{n(n-3)}{2} = 9 \quad \Leftrightarrow \quad n^2 - 3n - 18 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad n_1 = 6 \quad n_2 = -3\,.$$

Како је $n \in N$, $(n \geq 3)$, једино решење које прихватамо је $n = 6$, тј. да је у питању шестоугао.



Из површине круга добија се:

$$27\pi = r^2\pi = h^2\pi \quad \Leftrightarrow \quad h = 3\sqrt{3}\ cm = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad a = 6\ cm.$$

Површина шестоугла биће једнака:

$$P = 6\,\frac{6^2\sqrt{3}}{4} = 3\,\frac{36\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}\ cm^2\ .$$

Тачно решење задатка је под **в) $54\sqrt{3}cm^2$.**

Комисија за полагање пријемног испита