



АКАДЕМИЈА  
ТЕХНИЧКО-VASPITAЌКИH  
STRU KOVNIH STUDIЈA

# ОПТИМИЗАЦИЈА РУТА МЕТОДОМ “РУТИРАЊЕ- ЗОНИРАЊЕ” И ДИЈКСТРА АЛГОРИТАМ

## ПРИМЕР



др Бобан Цветановић

# ZADATAK



Čvorovi 2, 3, 4, ..., 9 zahtevaju opslugu. Depo je lociran u čvoru 1.

Kapacitet vozila je 12 tona.

Projektovati rute saobraćajnih sredstava primenom “rutiranje-zoniranje” pristupa

2 ○

3  
○

○ 4

5 ○

●  
1

○ 6

7 ○

○ 8

○ 9

## Distance između čvorova



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

## Zahtev za opslugom (t)



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

# REŠENJE



## Prvi korak: Formiranje gigantske rute metodom NAJBLIŽEG SUSEDA

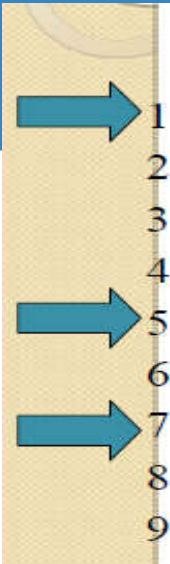
Ova ruta se formira počevši od baze, pri čemu se traži **najkraće (minimalno) rastojanje** od baze do bilo kog čvora u mreži (traži se najbliži čvor depou).

Kada se nađe taj čvor, on postaje tačka od koje se dalje gleda najkraće rastojanje do bilo kog čvora itd. , pri čemu čvor koji je već ranije iskorišćen u analizi, više u njoj ne učestvuje (znači depo u drugom koraku neće biti više u analizi itd.).

To se nastavi do poslednjeg čvora. Važno je naglasiti da se ruta formira u celosti ne vodeći računa o kapacitetu vozila (o njemu će se kasnije voditi računa).

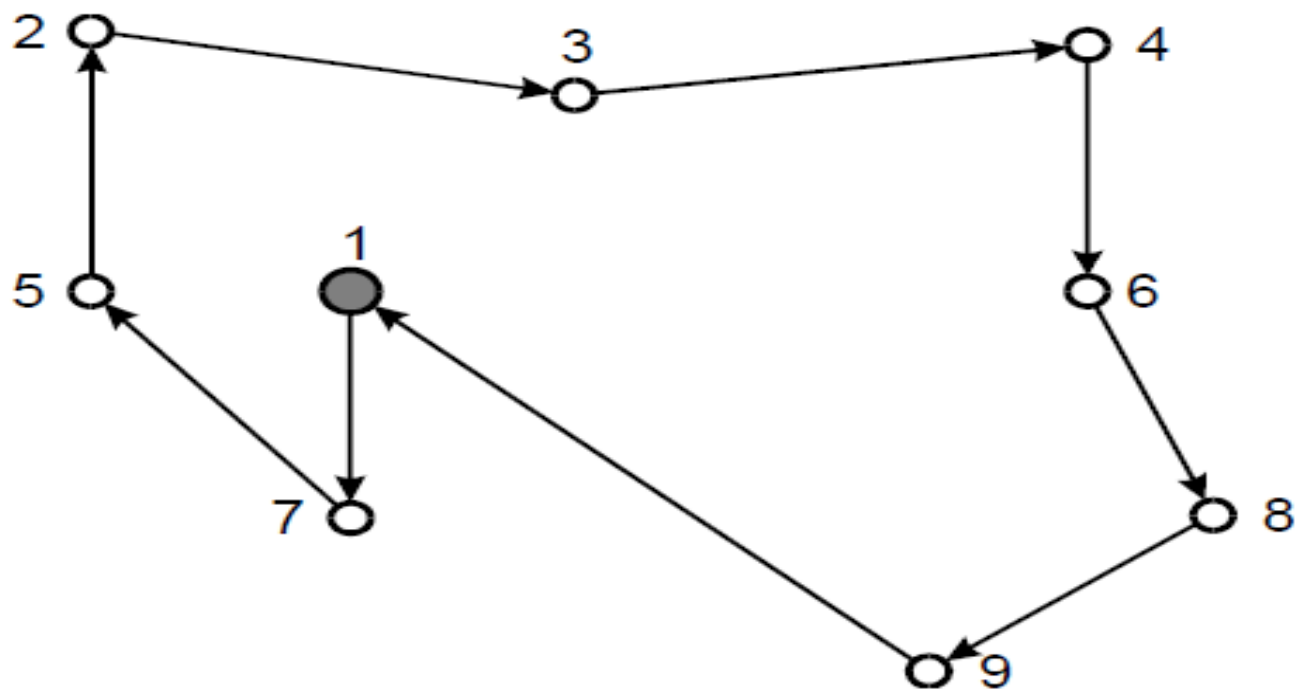


	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



1.  $\min \{40,30,58,32,52,28,67,55\} = 28$  (1,7,
2.  $\min \{63,57,77,40,62,62,40\} = 40$  (1,7,5,
3.  $\min \{29,53,88,84,96,80\} = 29$  (1,7,5,2,
4.  $\min \{43,81,87,106,94\} = 43$  (1,7,5,2,3,
5.  $\min \{37,46,70,70\} = 37$  (1,7,5,2,3,4,
6.  $\min \{27,57,67\} = 27$  (1,7,5,2,3,4,6,
7.  $\min \{30,43\} = 30$  (1,7,5,2,3,4,6,8,9,1)

# gigantska ruta

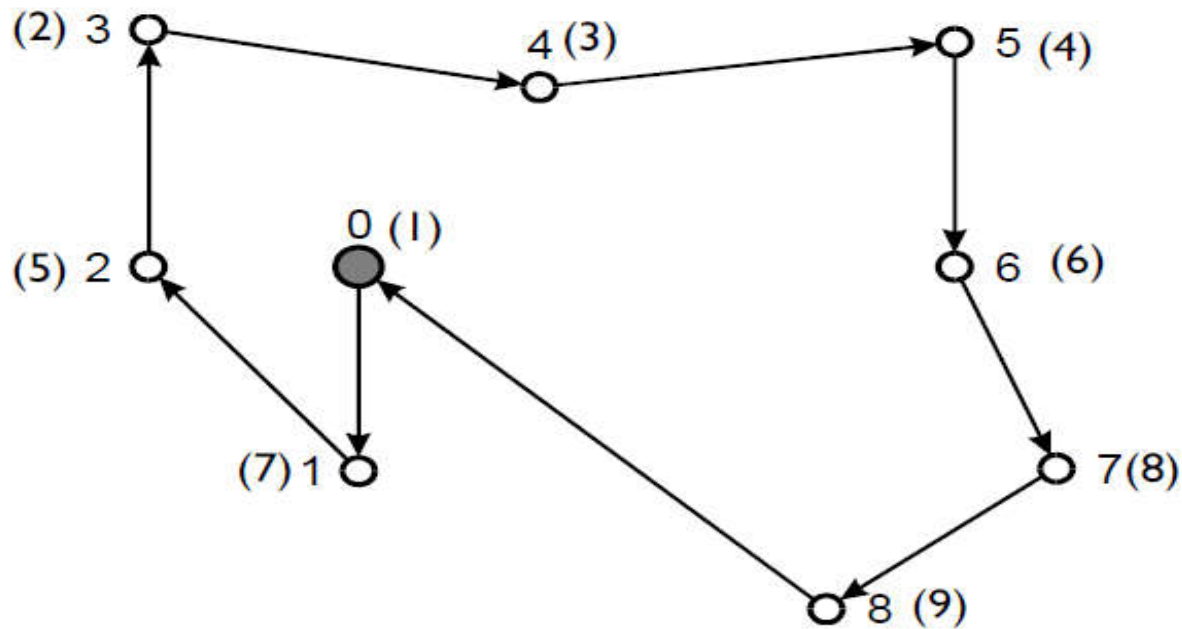




## Drugi korak: PROMENE OZNAKA ČVOROVA



Stara oznaka čvora	Nova oznaka čvora
1	0
7	1
5	2
2	3
3	4
4	5
6	6
8	7
9	8





## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(0,1)	(0,1,0)
(0,2)	(0,1,2,0)
(0,3)	(0,1,2,3,0)
(0,4)	(0,1,2,3,4,0)
(0,5)	(0,1,2,3,4,5,0)
(0,6)	(0,1,2,3,4,5,6,0)
(0,7)	(0,1,2,3,4,5,6,7,0)
(0,8)	(0,1,2,3,4,5,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(1,2)	(0,2,0)
(1,3)	(0, 2,3,0)
(1,4)	(0, 2,3,4,0)
(1,5)	(0,2,3,4,5,0)
(1,6)	(0,2,3,4,5,6,0)
(1,7)	(0,2,3,4,5,6,7,0)
(1,8)	(0,2,3,4,5,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(2,3)	(0,3,0)
(2,4)	(0, 3,4,0)
(2,5)	(0, 3,4,5,0)
(2,6)	(0,3,4,5,6,0)
(2,7)	(0, 3,4,5,6,7,0)
(2,8)	(0, 3,4,5,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(3,4)	(0,4,0)
(3,5)	(0,4,5,0)
(3,6)	(0,4,5,6,0)
(3,7)	(0,4,5,6,7,0)
(3,8)	(0,4,5,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(4,5)	(0,5,0)
(4,6)	(0, 5,6,0)
(4,7)	(0,5,6,7,0)
(4,8)	(0,5,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(5,6)	(0,6,0)
(5,7)	(0,6,7,0)
(5,8)	(0,6,7,8,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta



Par (i,j)	Ruta
(6,7)	(0,7,0)
(6,8)	(0,7,8,0)



## Treći korak: Postavka mogućih ruta



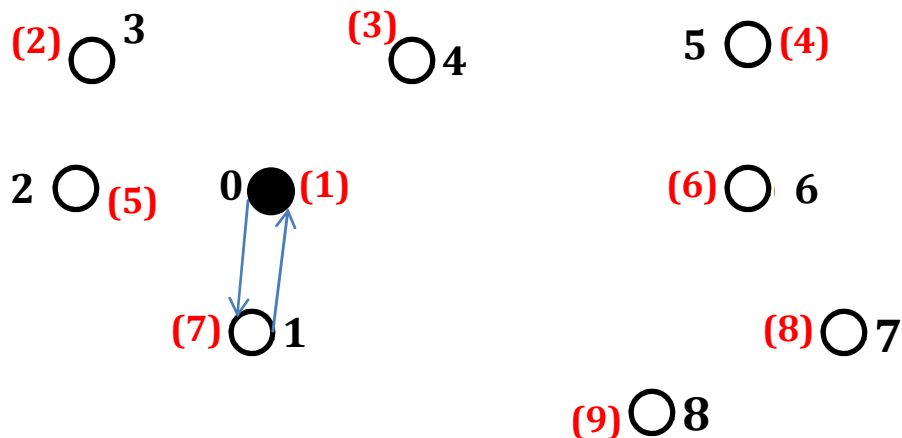
Par (i,j)	Ruta
(7,8)	(0,8,0)

## Četvrti korak: Analiza dopustivosti ruta



Par (i, j)	Ruta	Ukupna potražnja duž rute	$c_{ij}$	Dopustivost rute
(0, 1)	(0, 1, 0) <b>(1,7,1)-stare oznake</b>	<b>3t &lt; 12t</b>	<b>56</b>	<b>DA</b>

Ruta 0,1,0 je po starim oznakama 1,7,1 (stare oznake su pomoćno sredstvo radi lakšeg rešavanja. Proverom potražnje duže ove rute dobija se 3t (koliki je zahtev u čvoru 7) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila. Sračunavamo rastojanje  $c_{01}$ :  
 $c_{01} = d_{0,1} + d_{1,0}$  ili  $c_{01} = d_{1,7} + d_{7,1} = 28 + 28 = 56 \text{ km}$



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	<b>3</b>	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	<b>28</b>	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	<b>28</b>	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

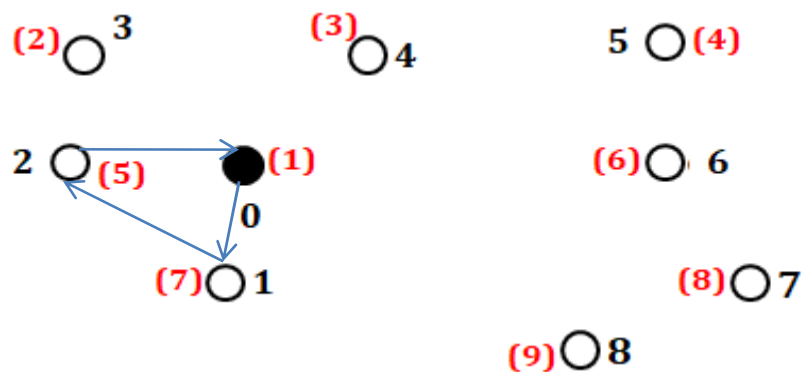


	Ukupna potražnja duž rute	Dopustivost rute
(0, 2)   (0, 1, 2, 0) <b>(1,7,5,1)</b>	<b>5t &lt; 12t</b>	<b>100</b> DA
		dužina rute

Ruta 0,1,2,0 je po starim oznakama 1,7,5,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 5t ( $v_7+v_5=5t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila. Sračunavamo rastojanje  $c_{02}$ :

$$c_{02} = d_{0,1} + d_{1,2} + d_{2,0} \text{ ili } c_{02} = d_{1,7} + d_{7,5} + d_{5,1} = 28 + 40 + 32 = 100 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	<b>2</b>	6	<b>3</b>	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	<b>28</b>	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	<b>32</b>	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	<b>84</b>		62	30	43
7	28	63	57	77	<b>40</b>	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

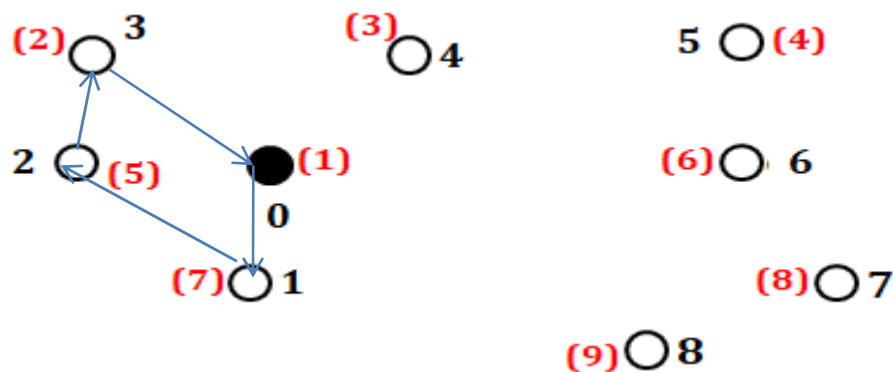


			Ukupna potražnja duž rute		Dopustivost rute
(0, 3)	(0, 1, 2, 3, 0)	(1,7,5,2,1)	9t < 12t	137	DA
				dužina rute	

Ruta 0,1,2,3,0 je po starim oznakama 1,7,5,2,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 9t ( $v_7+v_5+v_2=9t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila. Sračunavamo rastojanje  $c_{03}$ :

$$c_{02} = d_{0,1} + d_{1,2} + d_{2,3} + d_{3,0} \quad \text{ili} \quad c_{02} = d_{1,7} + d_{7,5} + d_{5,2} + d_{2,1} = 28 + 40 + 29 + 40 = 137 \text{ km}$$



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

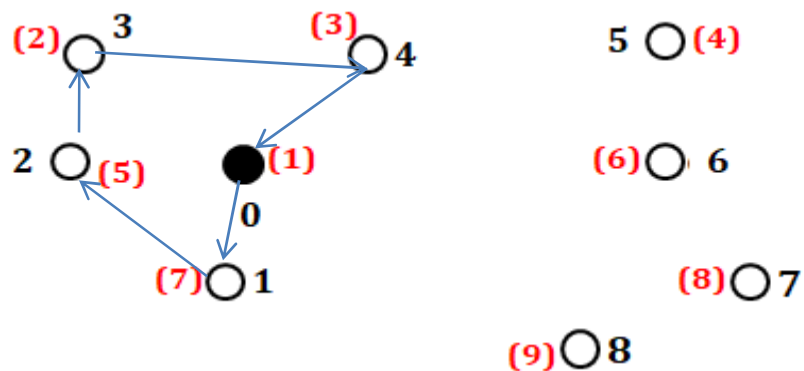
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



		Ukupna potražnja duž rute	Dopustivost rute
(0, 4)	(0, 1, 2, 3, 4, 0) <b>(1,7,5,2,3,1)</b>	<b>16t &gt; 12t</b>	<b>Nedopustiva</b>
		dužina rute	

Ruta 0,1,2,3,4,0 je po starim oznakama 1,7,5,2,3,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 16t ( $v_7+v_5+v_2+v_3=5t$ ) što je veća od 12t, koliki je kapacitet vozila. Zato je ruta nedopustiva.



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



Pošto je ruta 0,1,2,3,4,0 nedopustiva i sve ostale nadalje, zaključno sa 0,1,2,3,4,5,6,7,8,0 su nedopustive.

(0, 5)	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 0)	19		Nedopustiva
(0, 6)	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0)	25		Nedopustiva
(0, 7)	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0)	27		Nedopustiva
(0, 8)	(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0)	30		Nedopustiva



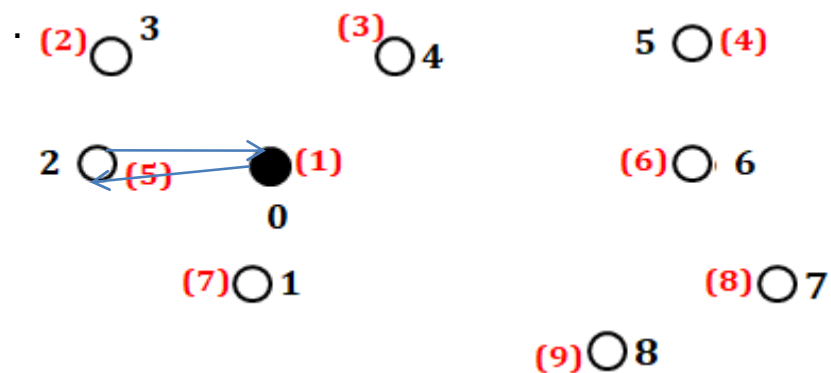
(1, 2)	(0, 2, 0)	(1,5,1)	Ukupna potražnja duž rute	$2t < 12t$	Dopustivost rute
				64	DA
				dužina rute	

Ruta 0,2,0 je po starim oznakama 1,5,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se  $2t$  ( $v_5=2t$ ) što je manje od  $12t$ , koliki je kapacitet vozila.

Sračunavamo rastojanje  $c_{12}$ :

$$c_{12} = d_{0,2} + d_{2,0} \text{ ili } c_{12} = d_{1,5} + d_{5,1} = 32 + 32 = 64 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



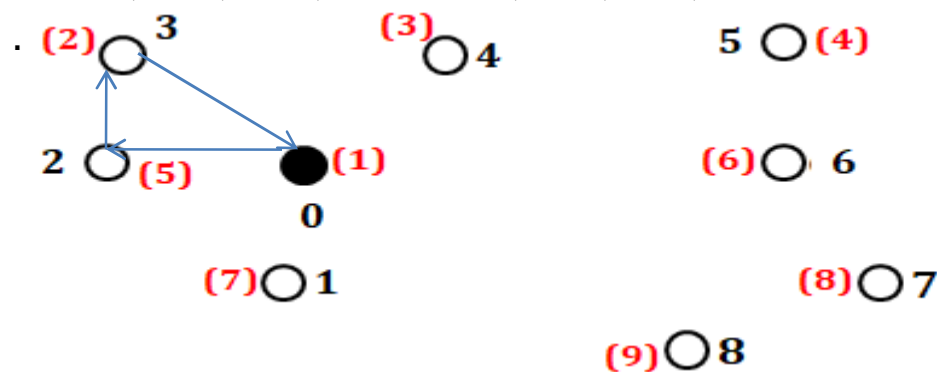


(1, 3)	(0, 2, 3, 0)	(1,5,2,1)	Ukupna potražnja duž rute <b>6t &lt; 12t</b>	Dopustivost rute <b>101</b> dužina rute	<b>DA</b>
--------	--------------	-----------	---	---	-----------

Ruta 0,2,3,0 je po starim oznakama 1,5,2,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 6t ( $v_5+v_2=6t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila. Sračunavamo rastojanje  $c_{13}$ :

$$c_{13} = d_{0,2} + d_{2,3} + d_{3,0} \text{ ili } c_{13} = d_{1,5} + d_{5,2} + d_{2,1} = 32 + 29 + 40 = 101 \text{ km}$$



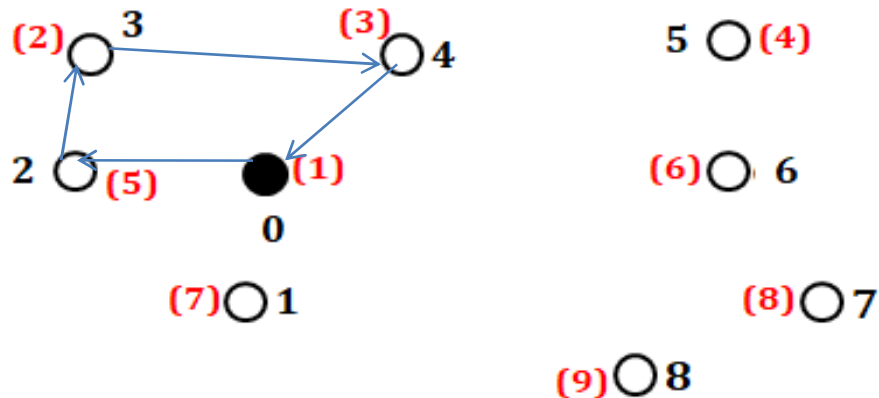
Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



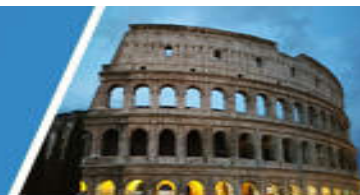
(1, 4)	(0, 2, 3, 4, 0)	(1,5,2,3,1)	Ukupna potražnja duž rute <b>13t &gt; 12t</b>	Dopustivost rute <b>Nedopustiva</b>
			dužina rute	

Ruta 0,2,3,4,0 je po starim oznakama 1,5,2,3,1.  
 Proverom potražnje duže ove rute dobija se 13t ( $v_5+v_2+v_3=13t$ ) što je veće od 12t, koliki je kapacitet vozila. Zato je ova ruta nedopustiva.



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



Pošto je ruta 0,2,3,4,0 nedopustiva i sve ostale nadalje, zaključno sa 0,2,3,4,5,6,7,8,0 su nedopustive.

(1, 5)	(0, 2, 3, 4, 5, 0)	16	Nedopustiva
(1, 6)	(0, 2, 3, 4, 5, 6, 0)	22	Nedopustiva
(1, 7)	(0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 0)	24	Nedopustiva
(1, 8)	(0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0)	27	Nedopustiva

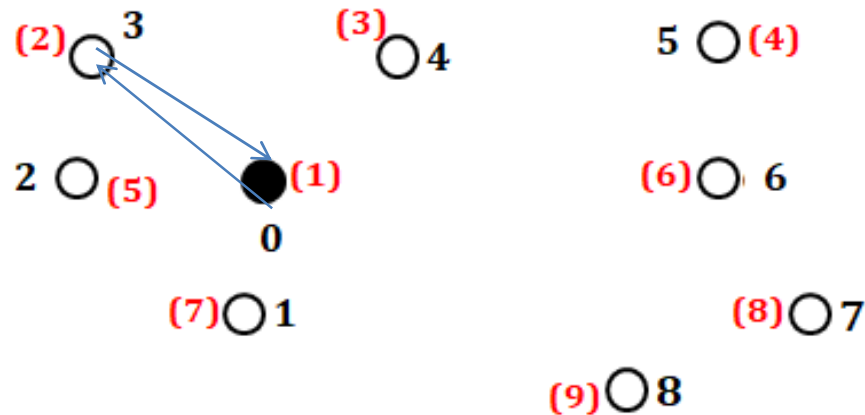


(2, 3)	(0, 3, 0)	(1, 2, 1)	Ukupna potražnja duž rute <b>4t &lt; 12t</b>	Dopustivost rute <b>80</b>	DA
				Dužina rute	

Ruta 0,3,0 je po starim oznakama 1,2,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 4t (v2=4t) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila.

Sračunavamo rastojanje c23:



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. v <sub>i</sub>	<b>4</b>	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		<b>40</b>	30	58	32	52	28	67	55
2	<b>40</b>		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

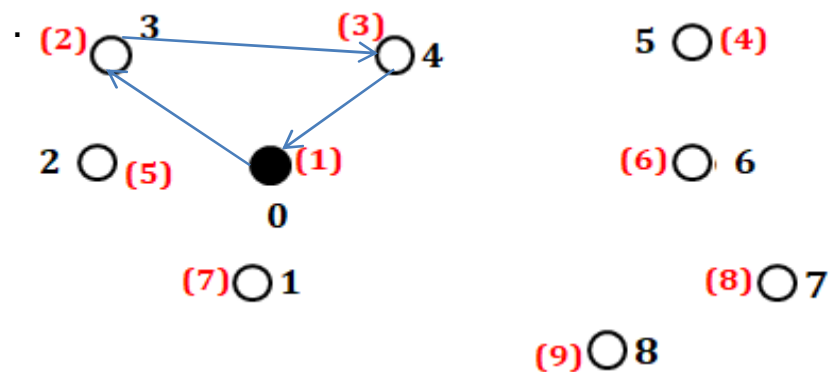


			Ukupna potražnja duž rute	Dopustivost rute
(2, 4)	(0, 3, 4, 0)	<b>(1,2,3,1)</b>	11	<b>113</b> Dužina rute
				<b>DA</b>

Ruta 0,3,4,0 je po starim oznakama 1,2,3,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 11t ( $v_2+v_3=11t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila. Sračunavamo rastojanje  $c_{24}$ :

$$c_{24}=d_{0,3}+d_{3,4}+d_{4,0} \text{ ili } c_{24}=d_{1,2}+d_{2,3}+d_{3,1}=40+43+30=113\text{km}$$



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

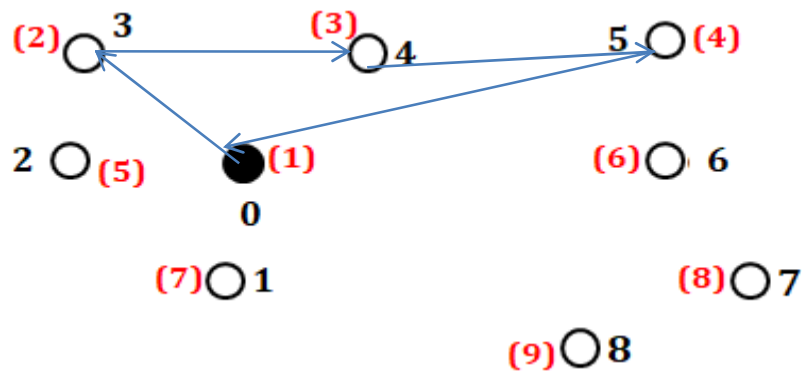
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



		Ukupna potražnja duž rute	Dopustivost rute
(2, 5)	(0, 3, 4, 5, 0) <b>(1,2,3,4,1)</b>	14	<b>Nedopustiva</b>
		Dužina rute	

Ruta 0,3,4,5,0 je po starim oznakama 1,2,3,4,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 14t ( $v_2+v_3+v_4=14t$ ) što je veće od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta nedopustiva



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



Pošto je ruta 0,3,4,5,0 nedopustiva i sve ostale nadalje, zaključno sa 0,3,4,5,6,7,8,0 su nedopustive.

(2, 6)	(0, 3, 4, 5, 6, 0)	20	Nedopustiva
(2, 7)	(0, 3, 4, 5, 6, 7, 0)	22	Nedopustiva
(2, 8)	(0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 0)	25	Nedopustiva



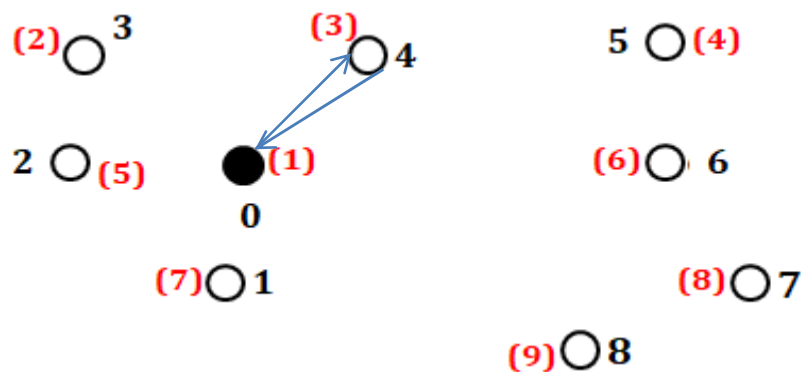


(3, 4)	(0, 4, 0)	(1, 3, 1)	7	60	DA
				Dužina rute	

Ruta 0,4,0 je po starim oznakama 1, 3,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 7t ( $v_3=7t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{34}$ :

$$c_{34}=d_{0,4}+d_{4,0} \text{ ili } c_{34}=d_{1,3}+d_{3,1}=30+30=60\text{km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



(3, 5) | (0, 4, 5, 0) (1, 3, 4, 1)

Ukupna potražnja duž rute

10

125

Dopustivost rute

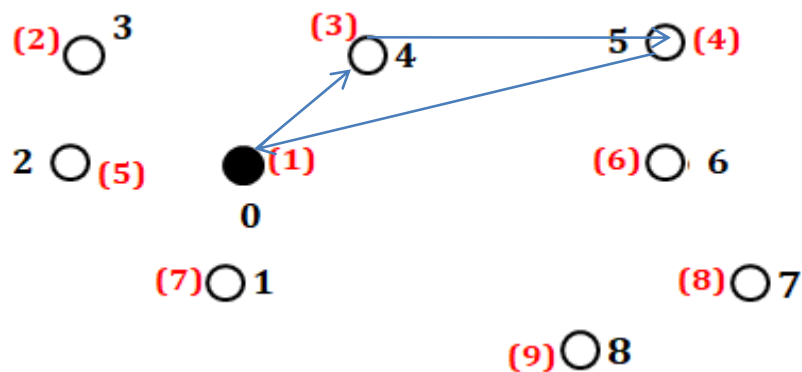
DA

Dužina rute

Ruta 0,4,5,0 je po starim oznakama 1, 3, 4, 1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 10t ( $v_3+v_4=10t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{35}$ :

$c_{35}=d_{0,4}+d_{4,5}+d_{4,0}$  ili  $c_{35}=d_{1,3}+d_{3,4}+d_{4,1}=30+37+58=125\text{km}$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

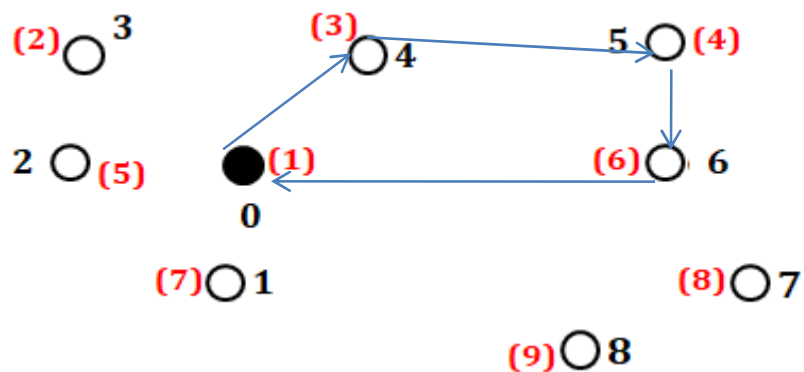
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



	Ukupna potražnja duž rute			Dopustivost rute
(3, 6)	(0, 4, 5, 6, 0)	(1, 3, 4, 6, 1)	16	Nedopustiva
Dužina rute				

Ruta 0,4,5,6,0 je po starim oznakama 1, 3,4,6,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 16t ( $v_3+v_4+v_6=16t$ ) što je veće od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta nedopustiva.



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



Pošto je ruta 0,4,5,6,0 nedopustiva i sve ostale nadalje, zaključno sa 0,4,5,6,7,8,0 su nedopustive.

(3, 7)	(0, 4, 5, 6, 7, 0)	18	Nedopustiva
(3, 8)	(0, 4, 5, 6, 7, 8, 0)	21	Nedopustiva

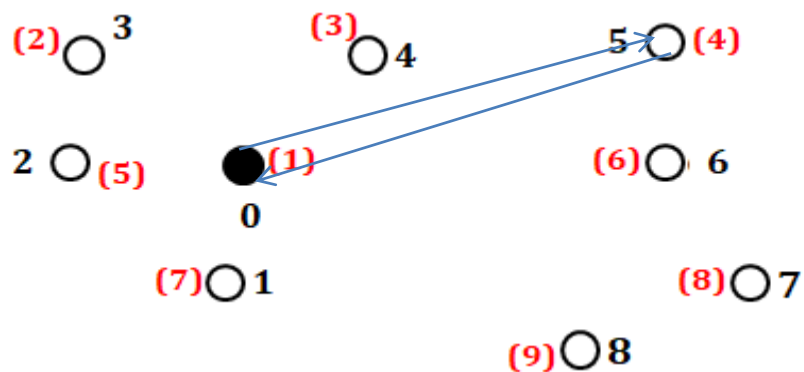


(4, 5)	(0, 5, 0)	(1, 4, 1)	3	116	DA
				Dužina rute	

Ruta 0,4,5,0 je po starim oznakama 1, 3,4,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 3t ( $v_4=3t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{45}$ :

$$c_{45} = d_{0,5} + d_{5,0} \text{ ili } c_{45} = d_{1,4} + d_{4,1} = 58 + 58 = 116 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

DA



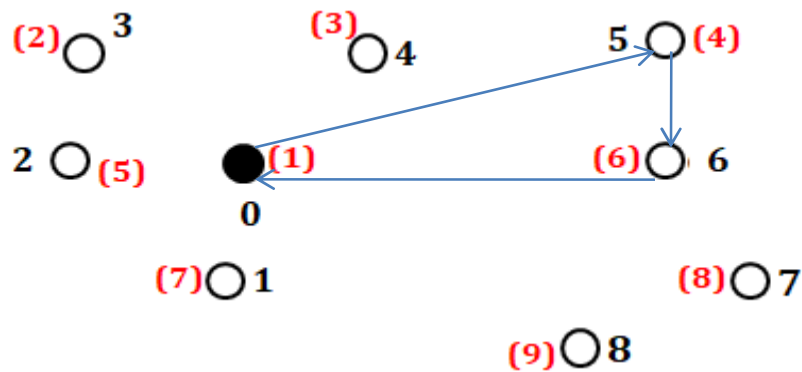
(4, 6)	(0, 5, 6, 0)	(1, 4, 6, 1)	9	137
--------	--------------	--------------	---	-----

Dužina rute

Ruta 0,5,6,0 je po starim oznakama 1, 4, 6, 1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 9t ( $v_4+v_6=9t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{46}$ :

$$c_{46}=d_{0,5}+d_{5,6}+d_{6,0} \text{ ili } c_{46}=d_{1,4}+d_{4,6}+d_{6,1}=58+27+52=137\text{km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



Ukupna potražnja duž rute

Dopustivost rute

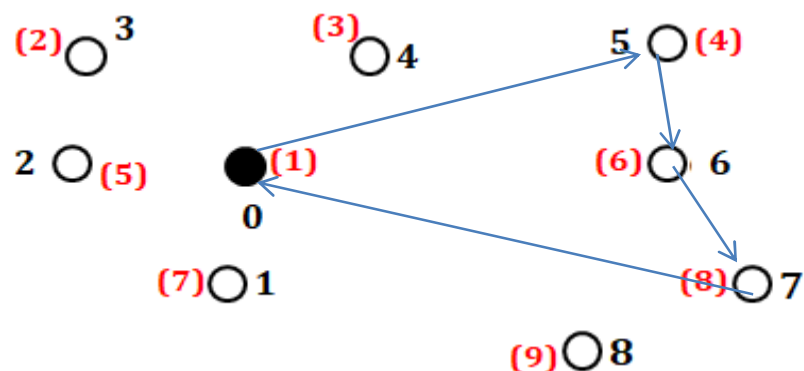
(4, 7)	(0, 5, 6, 7, 0) <b>(1, 4, 6, 8, 1)</b>	11	<b>182</b>	<b>DA</b>
--------	--	----	------------	-----------

Dužina rute

Ruta 0,5,6,7,0 je po starim oznakama 1, 4,6,8,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 11t ( $v_4+v_6+v_8=11t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{47}$ :

$$c_{47}=d_{0,5}+d_{5,6}+d_{6,7}+d_{7,0} \text{ ili } c_{47}=d_{1,4}+d_{4,6}+d_{6,8}+d_{8,1}=58+27+30+67=182\text{km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	<b>3</b>	2	<b>6</b>	3	<b>2</b>	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	<b>58</b>	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	<b>27</b>	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	<b>30</b>	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	<b>67</b>	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



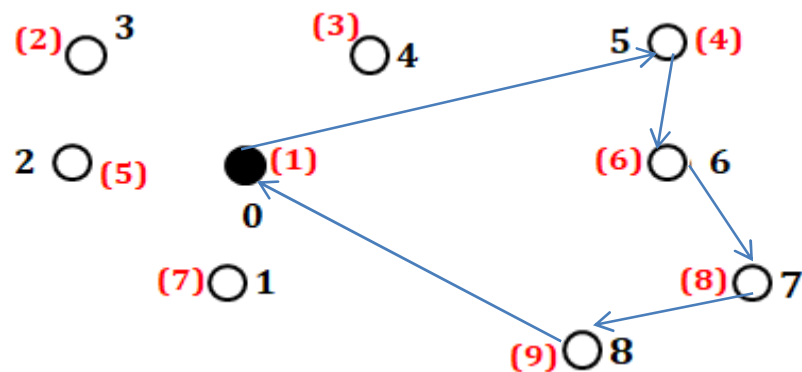


	<b>(1, 4, 6, 8, 9, 1)</b>	Ukupna potražnja duž rute	Dopustivost rute
(4, 8)	(0, 5, 6, 7, 8, 0)	14	<b>Nedopustiva</b>

Dužina rute

Ruta 0, 5, 6, 7, 8, 0 je po starim oznakama 1, 4, 6, 8, 9, 1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 14t ( $v_4+v_6+v_8+v_9=14t$ ) što je veće od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta nedopustiva.



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



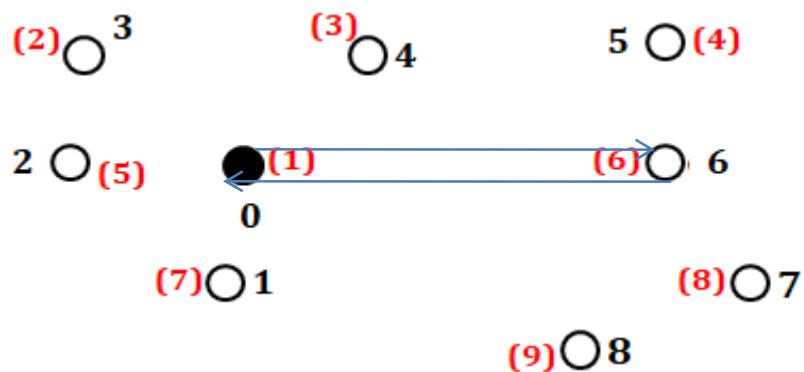


(5, 6)	(0, 6, 0)	<b>(1, 6, 1)</b>	Ukupna potražnja duž rute	6	<b>104</b>	Dopustivost rute	<b>DA</b>
					Dužina rute		

Ruta 0,6,0 je po starim oznakama 1, 6, 1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 6t ( $v_6=6t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{56}$ :

$$c_{56} = d_{0,6} + d_{6,0} \text{ ili } c_{56} = d_{1,6} + d_{6,1} = 52 + 52 = 104 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	<b>6</b>	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	<b>52</b>	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	<b>52</b>	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

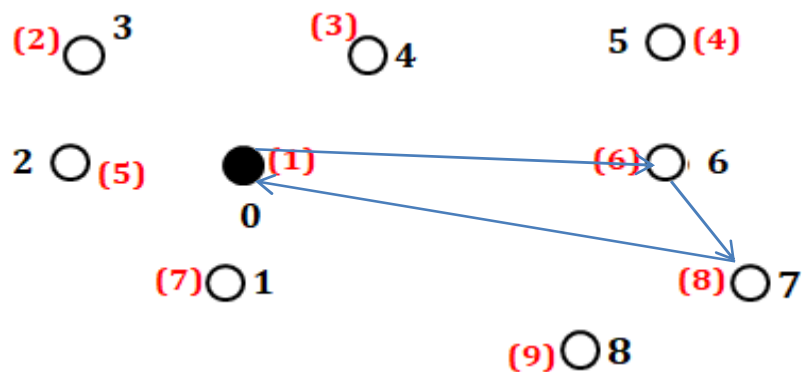


(5, 7)	(0, 6, 7, 0)	(1, 6, 8, 1)	Ukupna potražnja duž rute	8	149	Dopustivost rute	DA
					Dužina rute		

Ruta 0,6,7,0 je po starim oznakama 1, 6, 8,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 8t ( $v_6+v_8=8t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{57}$ :

$$c_{57}=d_{0,6}+d_{6,7}+d_{7,0} \text{ ili } c_{57}=d_{1,6}+d_{6,8}+d_{8,1}=52+30+67=147\text{km}$$



Čvor i	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

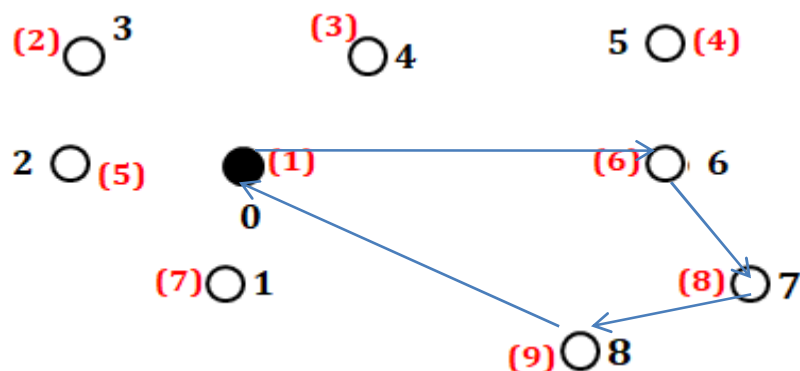


(5, 8)	(0, 6, 7, 8, 0)	(1, 6, 8, 9, 1)	Ukupna potražnja duž rute 11	Dužina rute <b>162</b>	Dopustivost rute <b>DA</b>
--------	-----------------	-----------------	---------------------------------	---------------------------	-------------------------------

Ruta 0,6,7,8,0 je po starim oznakama 1, 6, 8, 9,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 11t ( $v_6+v_8+v_9=11t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{58}$ :

$$c_{58}=d_{0,6}+d_{6,7}+d_{7,9}+d_{8,0} \text{ ili } c_{58}=d_{1,6}+d_{6,8}+d_{8,9}+d_{9,1}=52+30+25+55=162\text{km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	<b>6</b>	3	<b>2</b>	<b>3</b>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	<b>52</b>	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	<b>30</b>	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		<b>25</b>
9	<b>55</b>	94	70	67	80	43	40	25	

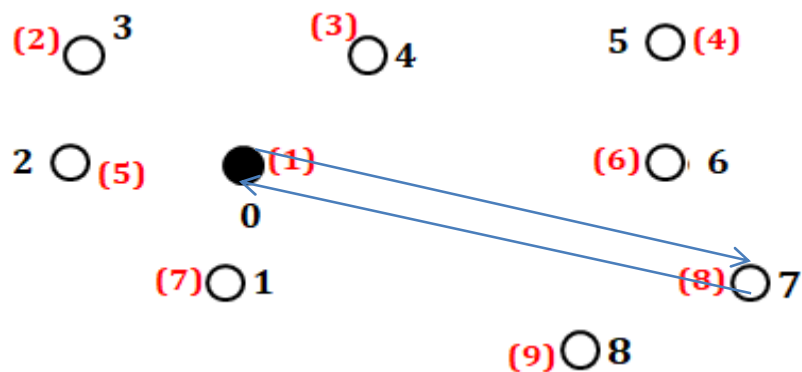


(6, 7)	(0, 7, 0)	(1, 8, 1)	Ukupna potražnja duž rute	2	Dopustivost rute	DA
			Dužina rute	134		

Ruta 0,7,0 je po starim oznakama 1,8,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 2t ( $v_8=2t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{6,7}$ :

$$c_{6,7} = d_{0,7} + d_{7,0} \text{ ili } c_{6,7} = d_{1,8} + d_{8,1} = 67 + 67 = 134 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	

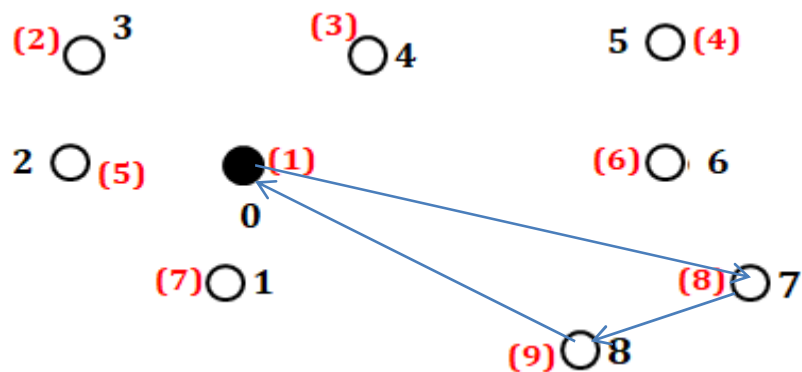


(6, 8)	(0, 7, 8, 0)	(1, 8, 9, 1)	5	147	DA
				Dužina rute	

Ruta 0,7, 8,0 je po starim oznakama 1,8, 9,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 5t ( $v_8+v_9=5t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{6,8}$ :

$$c_{6,8} = d_{0,7} + d_{7,8} + d_{8,0} \text{ ili } c_{6,8} = d_{1,8} + d_{8,9} + d_{9,1} = 67 + 25 + 55 = 147 \text{ km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	3

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	55
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	55	94	70	67	80	43	40	25	



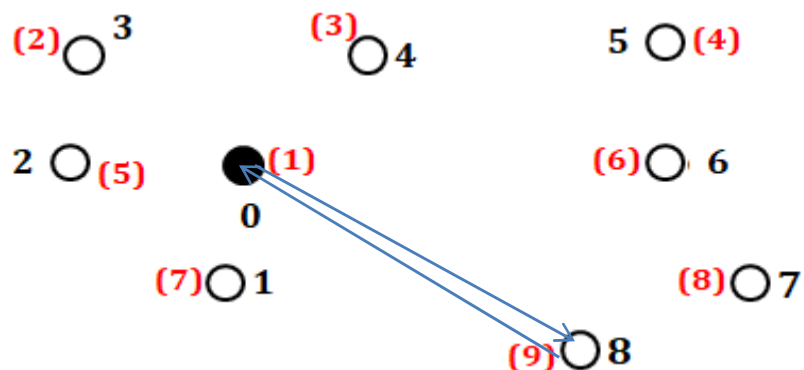
Ukupna potražnja duž rute			Dopustivost rute		
<b>(7,8)</b>	<b>(0,8,0)</b>	<b>(1,9,1)</b>	<b>3</b>	<b>110</b>	<b>DA</b>

Dužina rute

Ruta 0,8,0 je po starim oznakama 1,9,1.

Proverom potražnje duže ove rute dobija se 3t ( $v_9=3t$ ) što je manje od 12t, koliki je kapacitet vozila, pa je ova ruta dopustiva. Sračunavamo rastojanje  $c_{7,8}$ :

$$c_{7,8}=d_{0,8}+d_{8,0} \text{ ili } c_{7,8}=d_{1,9}+d_{9,1}=55+55=110\text{km}$$



Čvor $i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Potraž. $v_i$	4	7	3	2	6	3	2	<b>3</b>

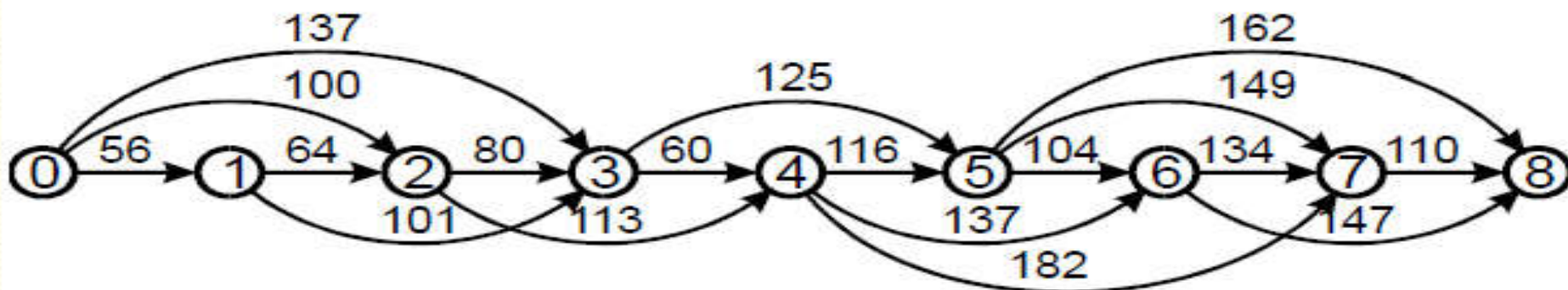
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1		40	30	58	32	52	28	67	<b>55</b>
2	40		43	81	29	87	63	106	94
3	30	43		37	53	46	57	70	70
4	58	81	37		88	27	77	57	67
5	32	29	53	88		84	40	96	80
6	52	87	46	27	84		62	30	43
7	28	63	57	77	40	62		62	40
8	67	106	70	57	96	30	62		25
9	<b>55</b>	94	70	67	80	43	40	25	



## Peti korak: Dijkstra algoritam



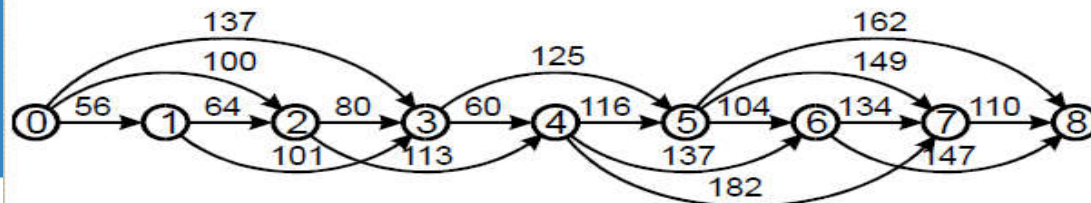
Treba pronaći najkraći put od čvora 0 do čvora 8!  
Upisuju se samo dopustive rute







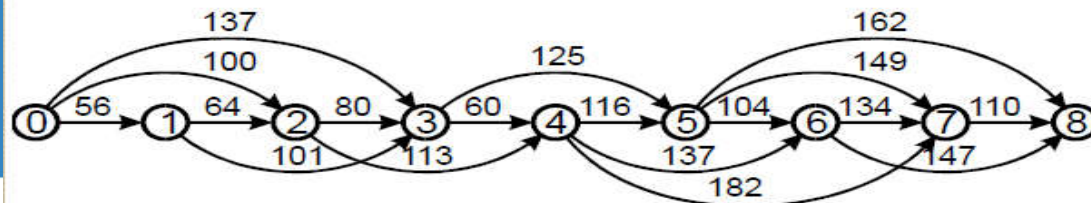




	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0) < 180(2)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3									
4									
5									
6									
7									
8									

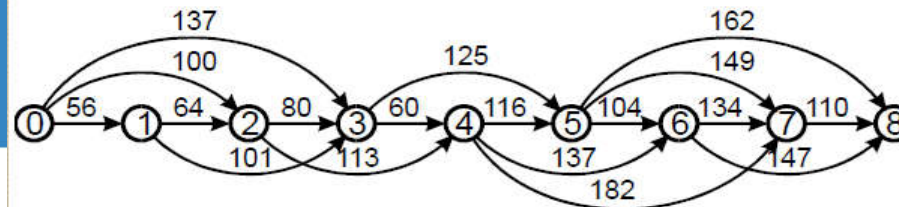
Sada krećemo od najmanje kilometraže koju smo utvrdili za dolazak iz 0 u 2, a to je 100 km (to je u ovom trenutku sigurno najmanje rastojanje, a analiziramo nadalje dok ne dođemo do kraja) U prethodnom koraku smo videli da je dopustiva ruta kojom se dolazi iz 0 u 3 i iznosi 137km (kaže da se ide preko nule ili od nule), Druga varijanta je da se ide od 0 do 2 što je 100 km pa on da od 2 do 3 još 80km, ukupno 180km (ova ruta bi se vodila kao da se ide preko ili od dvojke). Očigledno je bolja – kraća prva varijanta, pa se piše 137 preko 0.

U ovom koraku treba analizirati i opciju dolaska do čvora 4. On nije imao direktnu vezu sa 0 (ne postoji distanca u grafu za 0 do 4), ali postoji varijanta da se ide od 0 do 2 što je 100km (to je sigurno najmanje rastojanje od početka do 2), a zatim idemo od 2 do 4 (113km). Ukupno je to 213 km, a pošto smo sračunavali od dvojke piše se 213(2). Ovde nismo imali opciju dve varijante i poređenja.



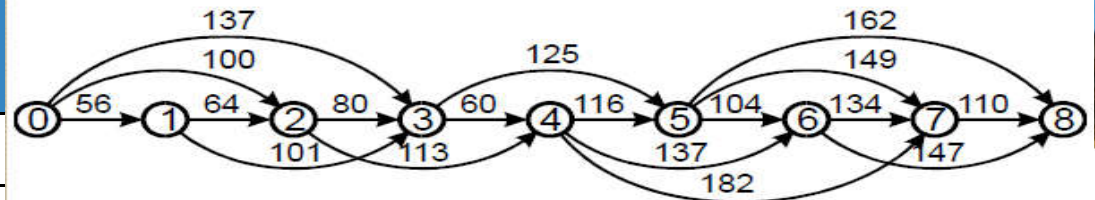
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				<b>137(0)</b>	197(3) < 213(2)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4									
5									
6									
7									
8									

U trećem koraku krećemo od rastojanja 137 km, jer smo utvrdili da je to sigurno najkraće rastojanje kako doći od 0 do 3. Sada analiziramo kako najkraće stići do čvora 4. Jednu varijantu smo dobili u prethodnom koraku kada smo i šli preko čvora 2 i iznosi 213km, a druga varijanta je da se ide od 0 do 3 što je 137km, a onda od 3 do 4 što je 60km, ukupno 197km (ovde se piše da se ide preko 3. Sada biramo 197(3) jer je manje od 213(2). U ovom koraku treba analizirati i mogućnost dolaska do čvora 5 jer postoji ruta dolaska od 3 do 5 (125km) i nju sa biramo sa 137km koliko je od 0 do 3. Sve ukupno je 262 i to od ili preko čvora 3. Ovde je to jedina vrednost jer u prethodnom koraku nismo imali nijednu mogućnost stizanja u peticu.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				137(0)	197(3)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4					197(3)	262(3) 313(4)	334(4)	379(4)	$\infty$
5									
6									
7									
8									

U četvrtom koraku krećemo od rastojanja 197 km, jer smo utvrdili da je to sigurno najkraće rastojanje kako doći od čvora 0 do 4 (išli smo preko čvora 3). Sada analiziramo kako najkraće stići do čvora 5. Jednu varijantu smo dobili u prethodnom koraku kada smo išli preko čvora 3 i iznosi 262km, a druga varijanta je distanca od 197km do čvora 4, plus distanca od 4 do 5, što je 116 km, u kupno 313km (ovde se piše da se ide preko 4, odnosno 313(4)). Sada biramo 262(3) jer je manje od 313(2). U ovom koraku treba analizirati i mogućnost dolaska do čvora 6 jer postoji ruta dolaska od 4 do 6 (137km) i nju sabiramo sa 197 km koliko je najkraće rastojanje da se dođe do čvora 4. To je ukupno 334km, a išli smo preko čvora 4 pa se piše 334 (4). Po istom principu sračunavamo i distancu do 7 (197+182=379km). Opet pišemo 379 (4) jer smo išli preko četvorke.



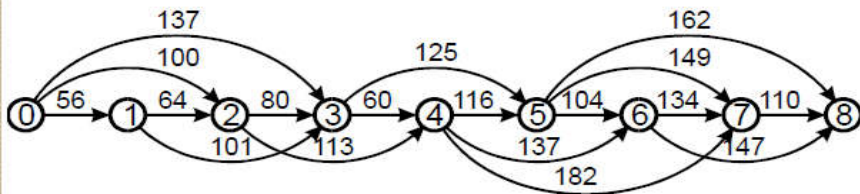
	0	1	2	3					
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				137(0)	197(3)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4					197(3)	262(3)	334(4)	379(4)	$\infty$
5						<b>262(3)</b>	334(4) 366(5)	379(4) 411(5)	424(5)
6									
7									
8									

U petom koraku krećemo od rastojanja 262 km, jer smo utvrdili da je to sigurno najkraće rastojanje kako doći od čvora 0 do 5 (išli smo preko čvora 3). Sada analiziramo kako najkraće stići do čvora 6. Jednu varijantu smo dobili u prethodnom koraku kada smo išli preko čvora 4 i iznosi 334km, a druga varijanta je distanca od 262km do čvora 5, plus distanca od 5 do 6, što je 104 km, ukupno 366km (ovde se piše da se ide preko 5, odnosno 366(5)). Sada biramo 334(4) jer je manje od 366(5).

U ovom koraku treba analizirati i mogućnost dolaska do čvora 7 jer postoji ruta dolaska od 5 do 7 (149km) i nju sabiramo sa 262km koliko je najkraće rastojanje da se dođe do čvora 5. To je ukupno 411km, a išli smo preko čvora 5 pa se piše 411 (5). Naravno, biramo manju vrednost, a to je 379 (4) < 411(5)

Sada sračunavamo i kako doći do čvora 8. Ovde nemamo ranije sračunatu vrednost, pa sabiramo distance 262(3) + distancu od 5 do 8, a to je 162km, ukupno 424km. Pišemo 424 (5) jer smo išli preko petice.

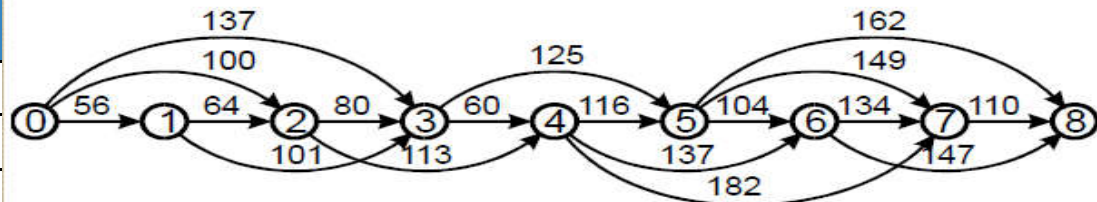
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				137(0)	197(3)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4					197(3)	262(3)	334(4)	379(4)	$\infty$
5						262(3)	334(4)	379(4)	424(5)
							<b>334(4)</b>	379(4) <468(6)	424(5) <481(6)



U šestom koraku krećemo od rastojanja 334 km, jer smo utvrdili da je to sigurno najkraće rastojanje kako doći od čvora 0 do 6 (išli smo preko čvora 4). Sada analiziramo kako najkraće stići do čvora 7. Jednu varijantu smo dobili u prethodnom koraku kada smo išli preko čvora 4 i iznosi 379km, a druga varijanta je distanca od 334km do čvora 6, plus distanca od 6 do 7, što je 134 km, ukupno 468km (ovde se piše da se ide preko 6, odnosno 468(6)). Sada biramo 379(4) jer je manje od 468(6).

U ovom koraku treba analizirati i mogućnost dolaska do čvora 8 jer postoji ruta dolaska od 6 do 8 (147km) i nju sabiramo sa 334km koji je najkraće rastojanje da se dođe do čvora 6. To je ukupno 481km, a išli smo preko čvora 6 pa se piše 481 (6). Naravno, biramo manju vrednost, a to je 424 (5) <481(6)

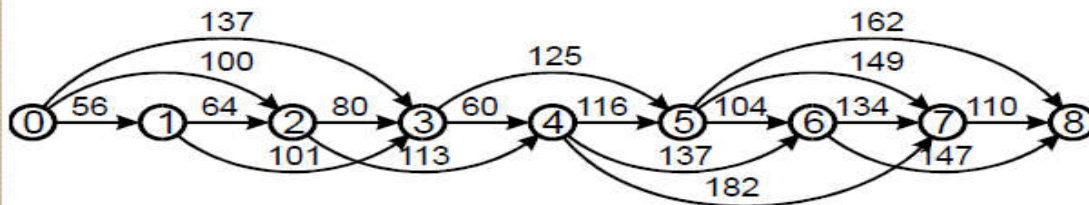
	0	1	2	3	4
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)
3				137(0)	197(3)
4					197(3)
5					262(3)
6					262(3)
7					334(4)
8					379(4)



U sedmom koraku krećemo od rastojanja 379km, jer smo utvrdili da je to sigurno najkraće rastojanje kako doći od čvora 0 do 7 (išli smo preko čvora 4). Sada analiziramo kako najkraće stići do čvora 8. Jednu varijantu smo dobili u prethodnom koraku kada smo išli preko čvora 5 i iznosi 424km, a druga varijanta je distanca od 379km do čvora 7, plus distanca od 7 do 8, što je 110 km, ukupno 488km (ovde se piše da se ide preko 7, odnosno 488(7)). Sada biramo 424(5) jer je manje od 489(7).



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				137(0)	197(3)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4					197(3)	262(3)	334(4)	379(4)	$\infty$
5						262(3)	334(4)	379(4)	424(5)
6							334(4)	379(4)	424(5)
7								379(4)	424(5)
8									<b>424(5)</b>



Znači ukupna kilometraža koju će vozilo preći da dođe od čvora 0 do čvora 8 je 424km.



	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-	56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		56(0)	100(0)	137(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			100(0)	137(0)	213(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				137(0)	197(3)	262(3)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4					197(3)	262(3)	334(4)	379(4)	$\infty$
5						262(3)	334(4)	379(4)	424(5)
6	Sada tražimo najkraći put od čvora 0 do 8.						334(4)	379(4)	424(5)
7	Idemo unazad 8-5-3-0								424(5)
8	Odnosno <b>0-3-5-8</b>								<b>424(5)</b>

**UKUPNA DUŽINA PUTA**

# ANALIZA DOBIJENIH REŠENJA



UKUPNA DUŽINA NAJKRAĆEG PUTA JE 424KM.

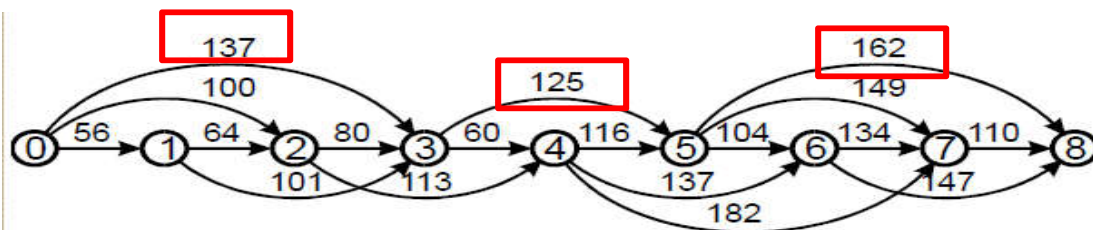
Najkraći put od čvora 0 do čvora 8 je put 0-3-5-8, što znači da se gigantska ruta deli u tri rute

I) Od 0 do 3 je ruta 0-1-2-3-0

II) Od 3 do 5 je ruta 0-4-5-0

III) Od 5 do 8 je ruta 0-6-7-8-0

Par (i, j)	Ruta
(0, 3)	(0, 1, 2, 3, 0) <b>137km</b>
(3, 5)	(0, 4, 5, 0) <b>125km</b>
(5, 8)	(0, 6, 7, 8, 0) <b>162km</b>



# RUTE



## **Nove oznake**

**I) 0-1-2-3-0**

**II) 0-4-5-0**

**III) 0-6-7-8-0**

## **Stare oznake**

**I) 1-7-5-2-1**

**II) 1-3-4-1**

**III) 1-6-8-9-1**

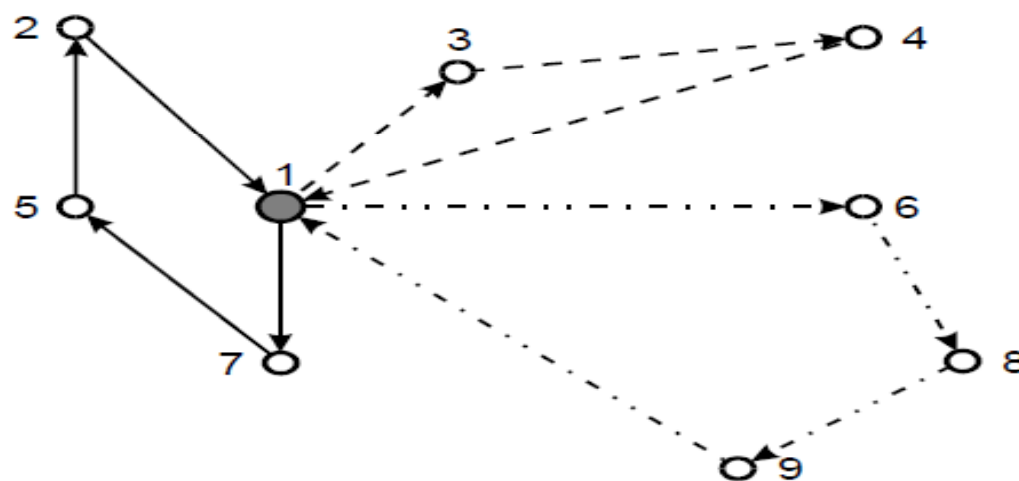
# Konačné rute



I) 1-7-5-2-1 **137km**

I) 1-3-4-1 **125km**

I) 1-6-8-9-1 **162km**



PITANJA?

