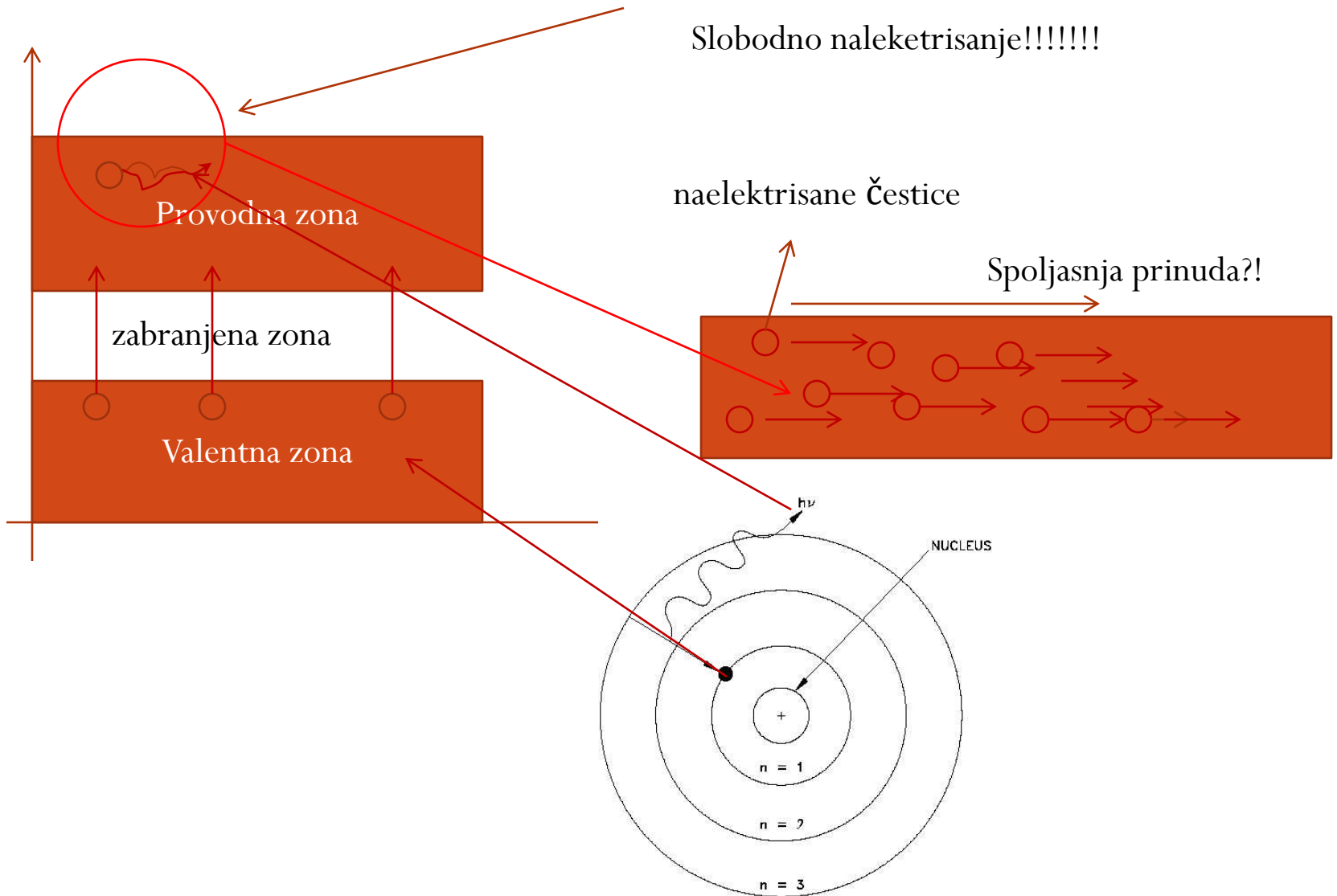


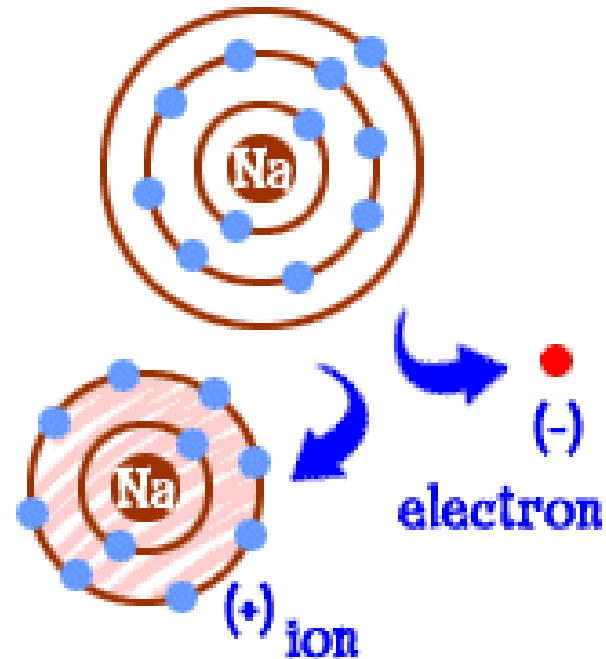
Kinetika jednosmernih struja

Elektrotehnika sa elektronikom

Školska 2021/22



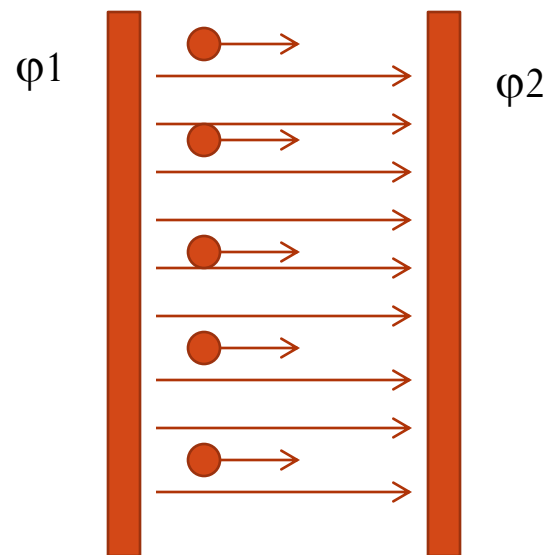
- Električna struja predstavlja usmereno kretanje naelektirsanja, bez obzira nanjihovo poreklo, odnosno prirodu pobude koja inicira njihovo kretanje!!!
- Sredine kroz koje protiče električna struja
 - Čvrste
 - Tečne
 - Gasovite
 - Vakum
- Nosioći električne struje
 - elektroni
 - joni



- S obzirom na vrstu pokretnih naelektrisanja koja učestvuju u pojavi električne struje, struje se mogu podeliti na:
 - elektronske (ne dolazi do materijalne promene sredine)
 - jonske (dolazi do hemijske promene sredine).

Stacionarno elektirčno polje

- Za uspostavljanje i održavanje kondukcijske struje potrebno je električno polje;
- Da bi ta struja imala stacionarni karakter, potrebno je i da polje bude stacionarno – stacionarno električno polje.
- Osnovna razlika ovog polja u odnosu na elektrostatičko polje jeste u tome što stacionarno električno polje postoji u unutrašnjosti provodnika i za njegovo održavanje je potreban stalan utrošak energije!!!!!!



U prostoru oko elektroda postoji statičko električno polje

Stacionarno vs električno polje

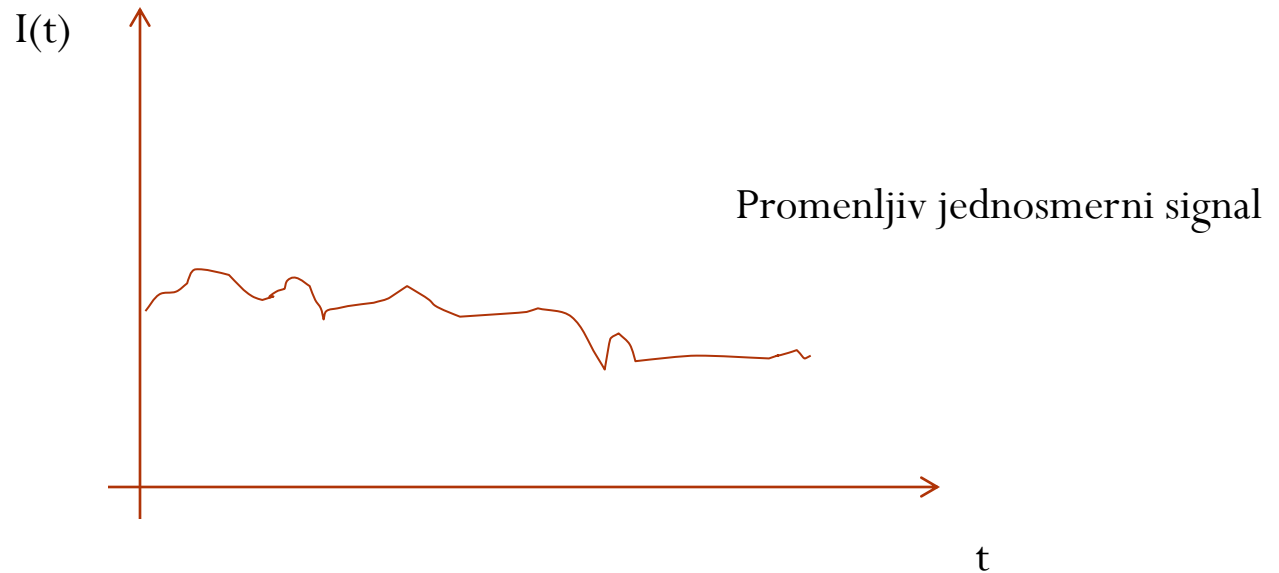
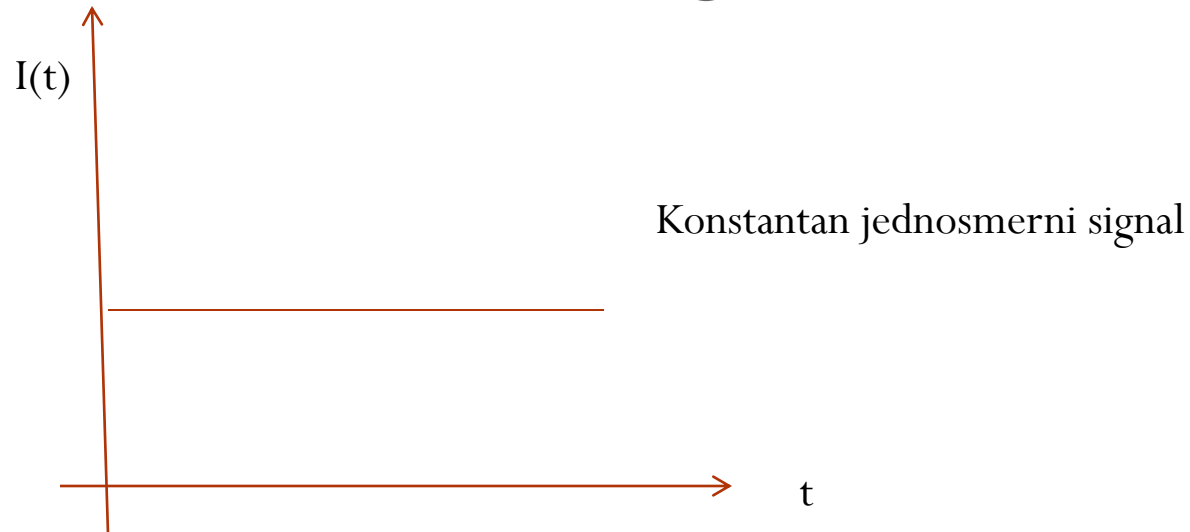
Stacionarno električno

- ✓ Pokretna naelektrisanja
- ✓ Gustina naelektrisanja u prostoru konstantna
- ✓ Konzervativno
- ✓ Vršiti se stalno pomeranja naelektrisanja
- ✓ Potrebna energija za njegovo održavanje

Elektrostatičko

- ✓ Statička naelektrisanja
- ✓ Gustina naelektrisanja u prostoru konstantna
- ✓ Konzervativno
- ✓ Nije potrebna energija za njegovo održavanje

Jednosmerni signali



Prateći efekti jednosmerne struje

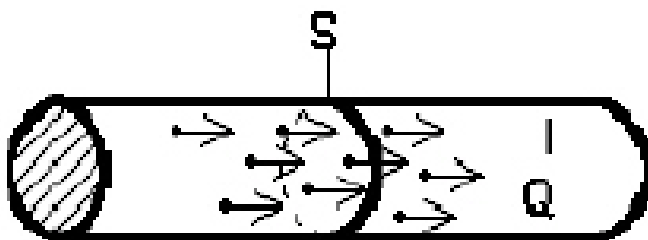
- ✓ Toplotni
- ✓ Magnenti
- ✓ Hemijski
- ✓ svetlosni

- ✓ **Električna struja, prolazeći kroz telo ljudi ili životinja, može izazvati:**
 - ✓ **Toplotno dejstvo**
 - ✓ **Mehanicko dejstvo**
 - ✓ **Hemijsko dejstvo**

Jačina električne struje

Jačina stacionarne struje kroz poprečni presek nekog provodnika se definiše kao količnik protekle količine naelektrisanja i vremena za koje je ta količina protekla

$$i = \frac{dq}{dt}$$



$$I = \frac{q}{t}$$

Za slučaj elektrolita

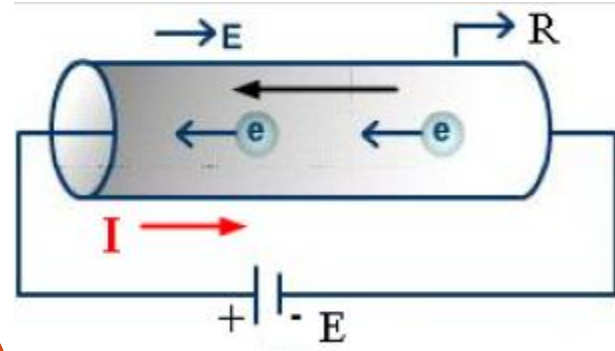
$$i = \frac{dq_+}{dt} + \frac{|dq_-|}{dt}$$

Jačine
struje

Skalarna
veličina

- Intezitet
- Smer
- Smer suprotan kretanju elektrona

Jedinica
AMPER [A]



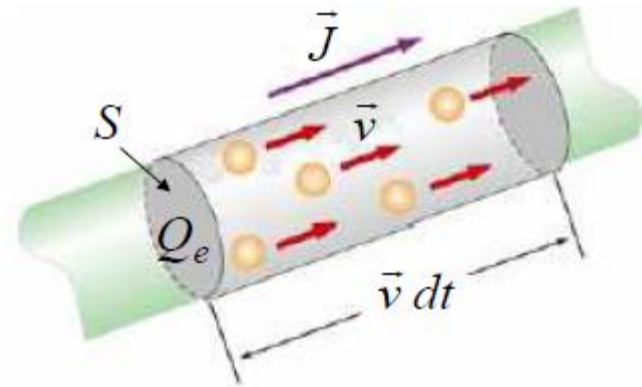
Gustina električne struje

\vec{J}

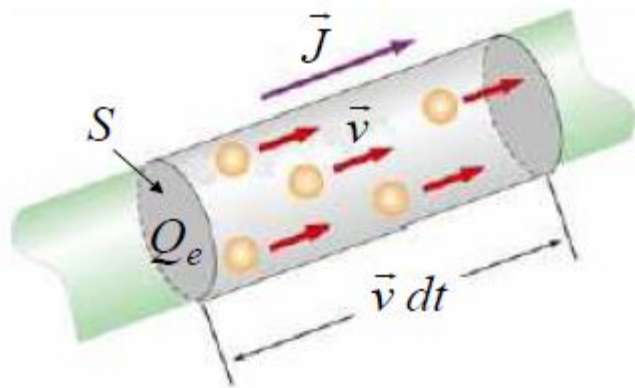
Pravac vektora gustine struje je definisan makroskopskim pravcem kretanja elektrona u posmatranoj tački, a smer mu je suprotan smeru kretanja elektrona.

$$J = \frac{I}{S}$$

$$J = \frac{di}{dS_i} \Rightarrow i = \int_S J dS$$



$$\left[\frac{A}{m^2} \right]$$



$$dq = N Q_e S v dt$$

$$I = \frac{dq}{dt} = N Q_e S v$$

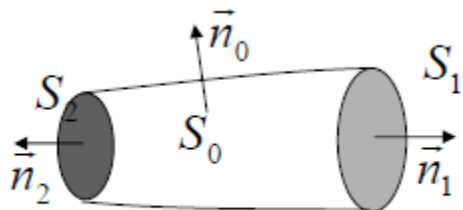
$$J = \frac{I}{S} = N Q_e v$$

$$\vec{J} = N Q_e \vec{v}$$

Jednačina kontinuiteta

- Ako se unutar nekog domena V ograničenog površinom S nalazi količina slobodnih naelektrisanja q , ona se može izmeniti samo ako naelektrisanja napuštaju domen ili u njega ulaze kroz graničnu površinu S , obrazujući pri tome struju.

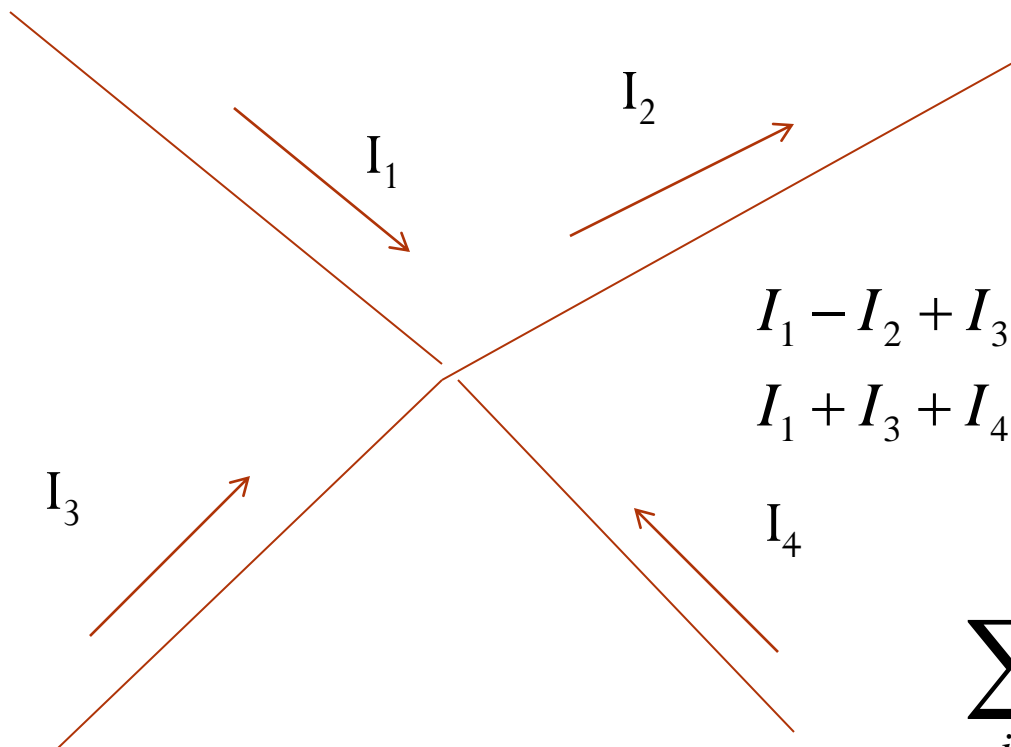
$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = -\frac{Q_{us}}{dt}$$



Stacionarno strujno polje

$$\left| \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0 \right.$$

Prvi Kirhofov zakon



$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

$$I_1 + I_3 + I_4 = I_2$$

$$\sum_i I_i = 0$$

Omov Zakon

- Struja u provodniku je posledica postojanja električnog polja

$$I = f(U)$$

T=const.!

$$I = GU$$

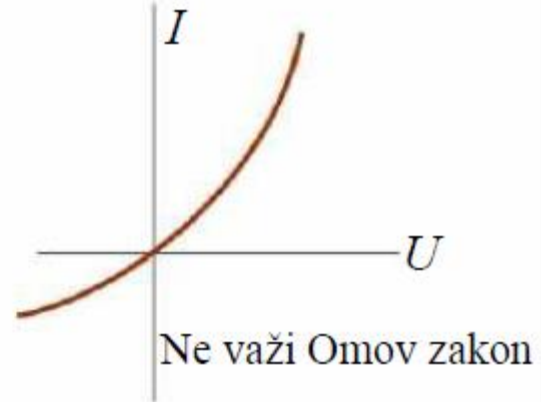
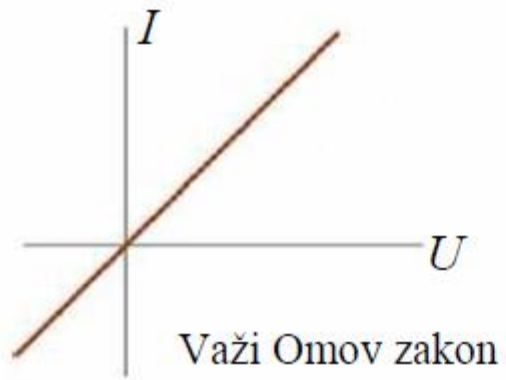
$$R = \frac{1}{G}$$

G= provodnost

R= otpornost

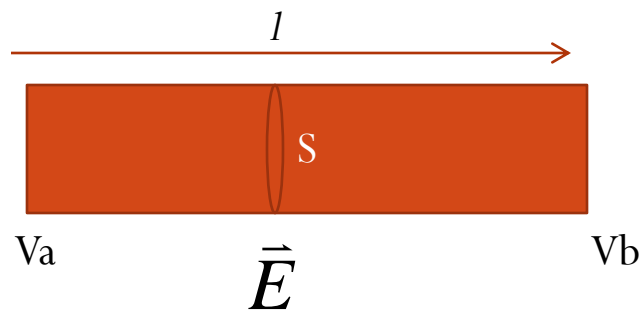
$$I = \frac{U}{R}$$

Jedinica otpornosti je V/A (volt po amperu), ali ima posebno ime, naziva se om, a obeležava sa Ω .



Omov zakon u lokalnom obliku

- Linearne sredine



$$U = V_a - V_b = \int_a^a E dl = El$$

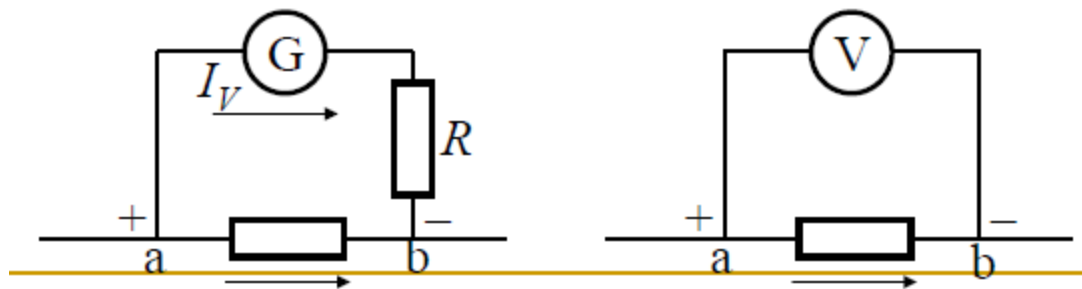
$$I = GU$$

$$I = \sigma \frac{S}{l} U / S$$

$$\frac{I}{S} = \sigma \frac{U}{l}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

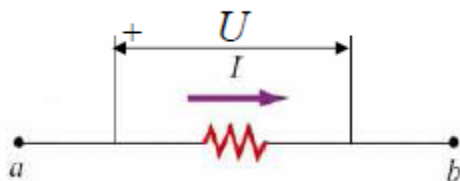
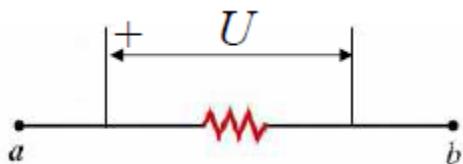
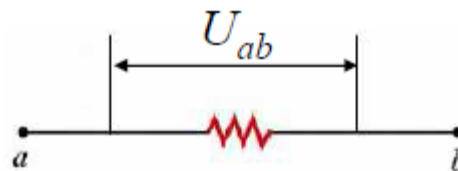
Merenje napona i struje



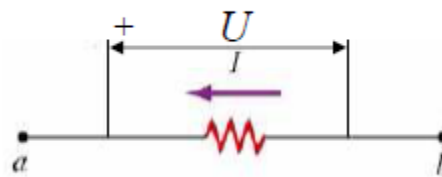
Obeležavanje napona



$$U_{ab} = V_a - V_b$$



$$U = RI$$

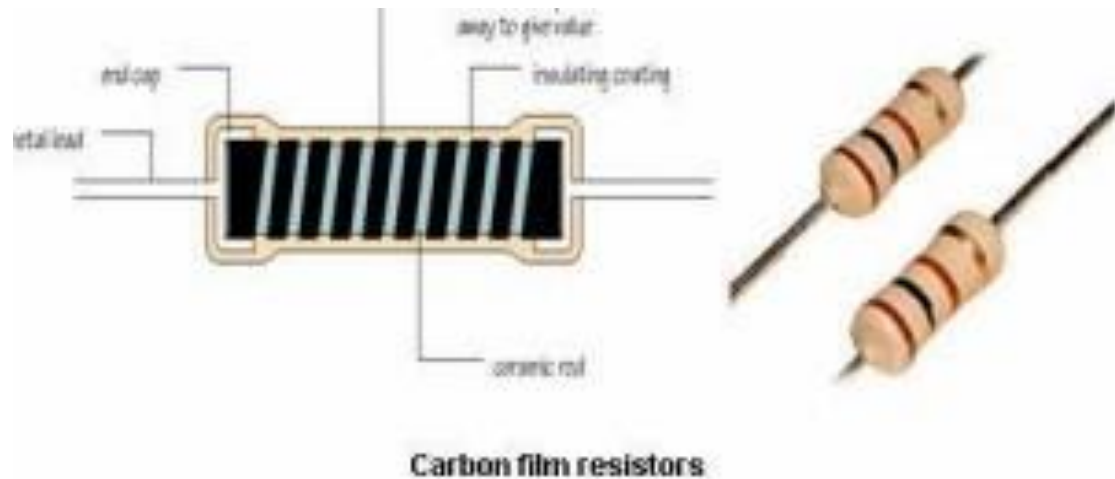


$$U = -RI$$

Otpornost

- R
- Mera protivljenja proticanju električne struje kroz materijal!!!!

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

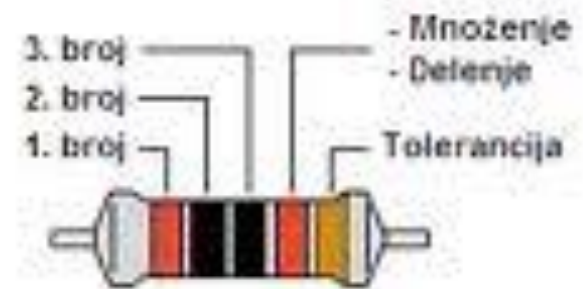


Označavanje otpornika bojama

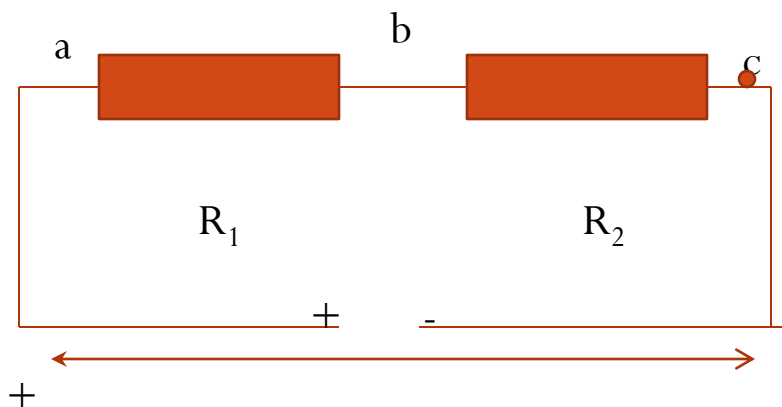
	1. broj	2. broj	3. broj	Množenje	Tolerancija
Crno		 0	 0	 x 1	
Braon	 1	 1	 1	 x 10	 +/- 1%
Crveno	 2	 2	 2	 x 100	 +/- 2%
Oranž	 3	 3	 3	 x 1.000	
Žuto	 4	 4	 4	 x 10.000	
Zeleno	 5	 5	 5	 x 100.000	 +/- 0,5%
Plavo	 6	 6	 6		 +/- 0,25%
Violet	 7	 7	 7		 +/- 0,1
Sivo	 8	 8	 8		 +/- 0,05%
Belo	 9	 9	 9		
Zlato				 : 10	 +/- 5%
Srebro				 : 100	 +/- 10%

Delenje

 : 10
 : 100



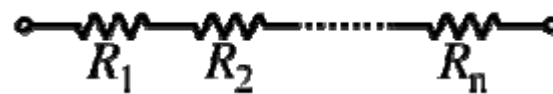
Vezivanje otpornika



REDNO

$$U_{ab} = R_1 I; \quad U_{bc} = R_2 I$$

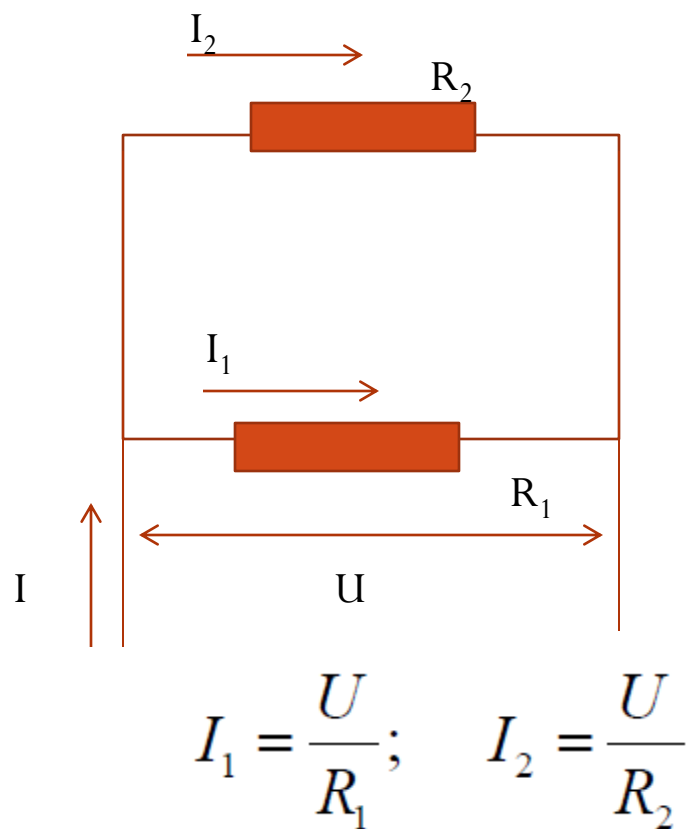
$$U = U_{ab} + U_{bc} = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2) I$$



$$R_{eq} = R = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^n R_i$$

Paralelna veza

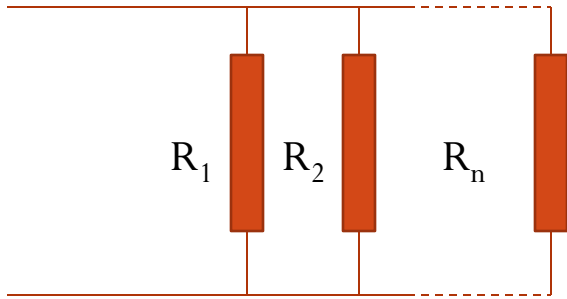


$$I = I_1 + I_2 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} = U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

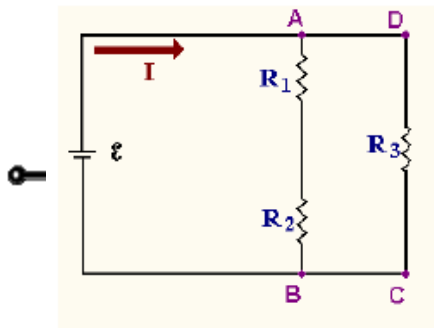
$$I = U \frac{1}{R_E}$$

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

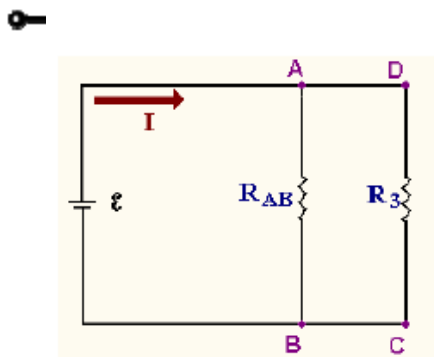
$$R_E = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



$$\frac{1}{R_e} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$



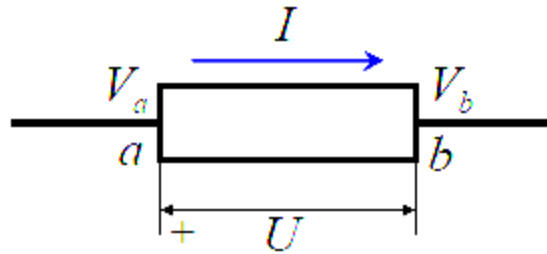
$$R_{AB} = R_1 + R_2$$



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{AB}} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_{AB}R_3}{R_{AB} + R_3}$$

-
i

DŽULOV ZAKON



$$dA = dq(V_a - V_b) = IU dt$$

$$A = W = Pt = RI^2 t$$

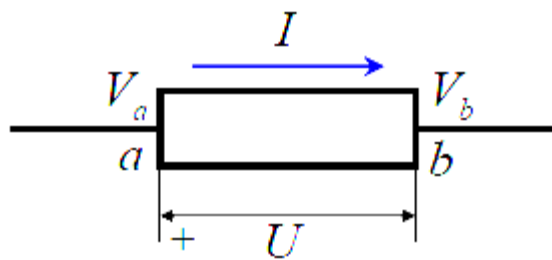
$$dW = dA = IU dt$$

$$P = \frac{dW}{dt} = UI$$

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Snaga Džulovog efekta se izražava jedinicom koja se naziva vat, a obeležava se sa W. Vatu je ekvivalentna jedinica VA (volt amper).

Jedinica rada i energije je džul, obeležava se sa J. Džulu je ekvivalentna jedinica Ws (vat sekunda).



$$dA = dq(V_a - V_b) = IU dt$$

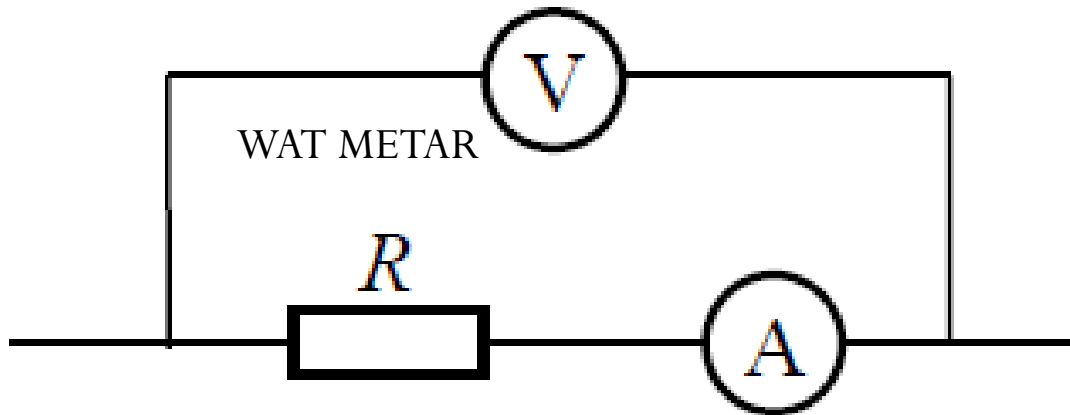
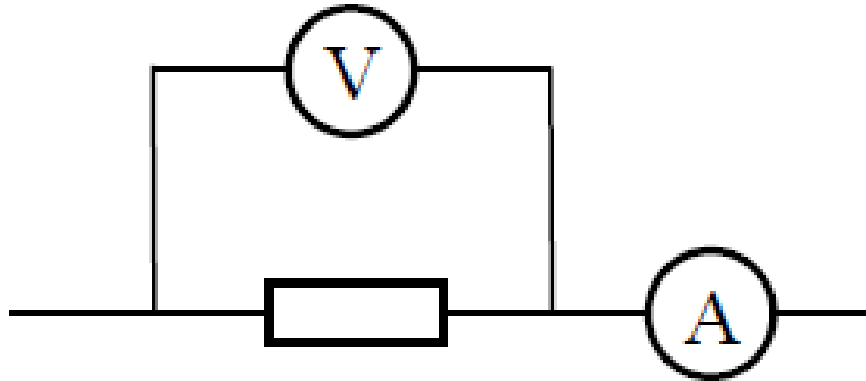
$$A = IU t$$

$$P = IU$$

$$dA = i u dt$$

$$P = \frac{dA}{dt} = i u$$

MERENJE ELEKTRIČNE SNAGE



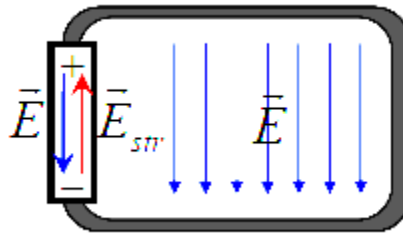
ELEKTRIČNO KOLO STACIONARNE STRUJE

ELEKTRIČNO KOLO SKUP TELA I SREDINA KROZ KOJE SE ZATVARA TOK ELEKTRIČNE STRUJE

Električni izvori – GENERATORI

Obezbeđuju stacionarnu električnu struju na taj način što pokreću naelektirsanja nasuprot silama stacionarnog električnog polja

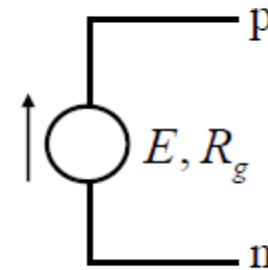
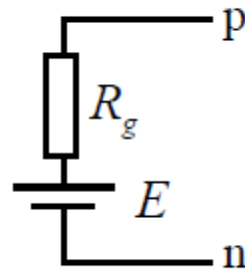
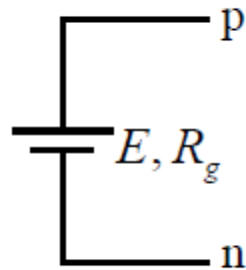
U slučaju zatvorenog električnog kola u generatorima se vrši rad protivu sila polja kada se drugi vidovi energije pretvaraju u električnu



FIZIČKI SMER STRUJE

Elektromotorna sila nekog generatora se definiše kao količnik rada dA koji izvrši generator kada kroz njega protekle količina naelektrisanja dq , i samog tog naelektrisanja:

$$E = \frac{dA}{dq}$$



GENERATORI ELEKTRIČNE STUJE

Posmatramo generator električne struje koga čine dve metalne elektrode sa provodnim slojem između njih.

U provodnom sloju između elektroda gener. vrši se razdvajanje naelektrisanja.

Za razdvajanje naelektrisanja ka polovima generatora koristi se neka od

neelektričnih (pobudnih, stranih) sila \vec{F}_i .

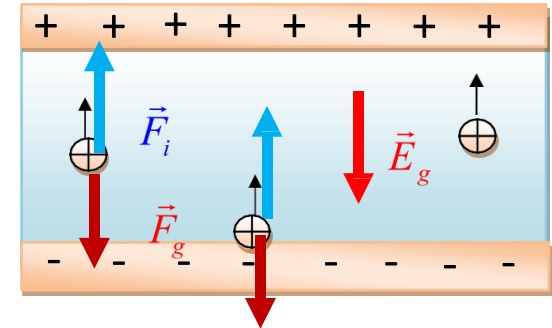
Vrste pobudnih (stranih) sila u generatorima:

- hemijske (baterije, akumulatori),
- mehaničke (elektrogeneratori),
- svetlosne (svetlosni detektori i diode)

Pobudna sila razdvaja nosioce naelektrisanja ka polovima generatora.

Razdvojena naelektrisanja stvaraju sopstveno električno polje generatora \vec{E}_g

- \vec{E}_g deluje na naelektrisanja električnom silom \vec{F}_g ,
- Električna sila \vec{F}_g deluje suprotno od neelektrične sile \vec{F}_i , težeći da naelektrisanja vrati u prethodno stanje.



ELEKTRIČNO POLJE U GENERATORU

Efekat dejstva strane sile na naelektrisanja Q u generatoru može se formalno matematički opisati uvođenjem pobudnog električnog polja stranih sila:

$$\vec{E}_i \triangleq \vec{F}_i / Q$$

U generatoru električne struje postoje dva električna polja:

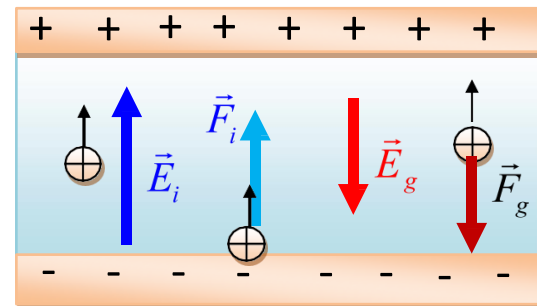
- pobudno električno polje stranih sila \vec{E}_i ,
- sopstveno električno polje usled razdvajanja naelektrisanja \vec{E}_g .

Ukupna jačina električnog polja u generatoru

$$\vec{E}_u = \vec{E}_g + \vec{E}_i$$

Ukupna sila \vec{F} koja deluje na jedan nosilac naelektrisanja Q u generatoru iznosi:

$$\vec{F}_u = \vec{F}_g + \vec{F}_i = Q\vec{E}_g + Q\vec{E}_i = Q(\vec{E}_g + \vec{E}_i)$$



GENERATOR U PRAZONOM HODU. ELEKTROMOTORNA SILA

Pretpostavke:

- Generator se nalazi u neprovodnoj sredini, $\sigma = 0$, pa nema kretanja naelektrisanja van generatora ($\vec{J}_s = 0$).
- Specifična električna provodnost provodnog sloja generatora iznosi σ_g .

Analiza:

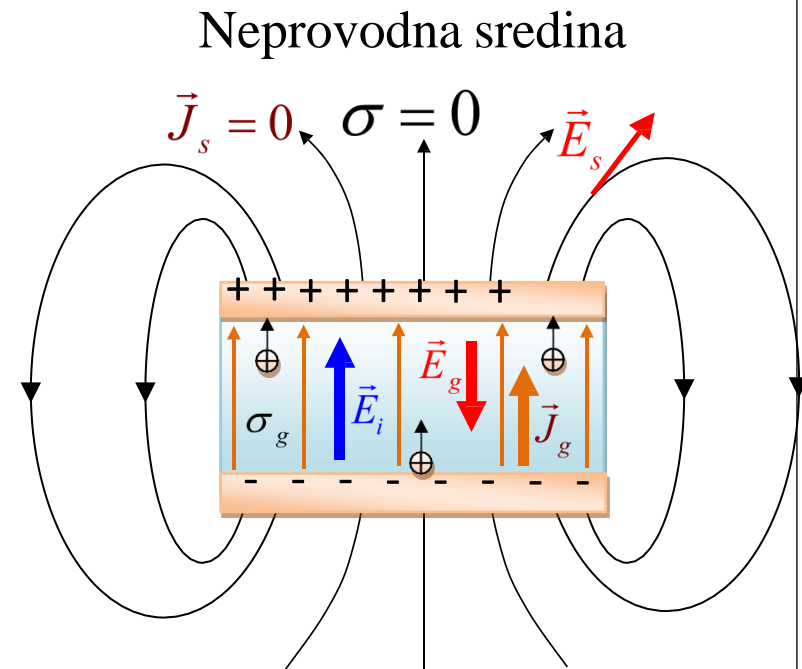
- Polje u generatoru: $\vec{E}_u = \vec{E}_g + \vec{E}_i$

- Gustina električne struje:

$$\vec{J}_g = \sigma_g (\vec{E}_g + \vec{E}_i)$$

- Polje van generatora: \vec{E}_s

- Pod dejstvom pobudnog polja \vec{E}_i , naelektrisanja u generatoru se kreću ka njegovim polovima sve dok se ne uspostavi ravnotežno stanje.



Ravnatežno stanje generatora u praznom hodu (nema kretanja naelektrisanja u generatoru)

$$\vec{J}_g = \sigma_g (\vec{E}_g + \vec{E}_i) = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E}_g = -\vec{E}_i}$$

Ravnatežno stanje generatora u praznom hodu

Napon praznog hoda generatora:

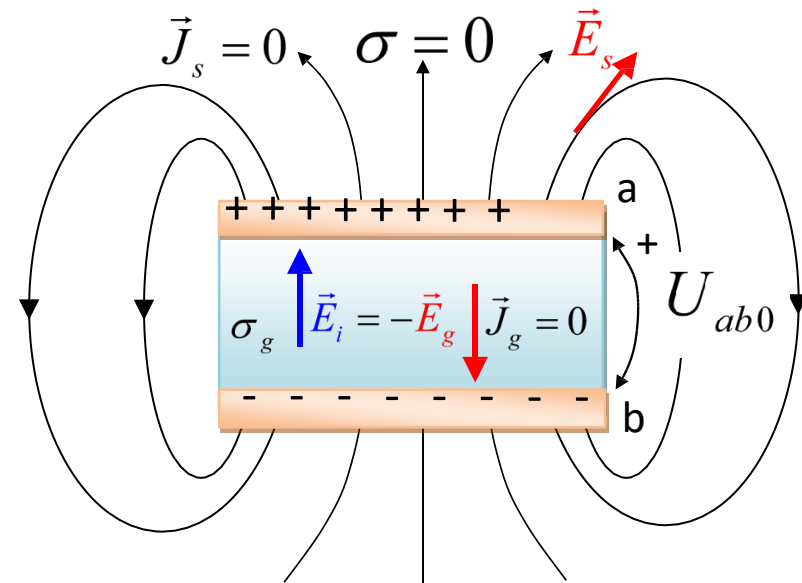
$$\boxed{U_{ab0}} = \int_a^b \vec{E}_g d\vec{l} = -\int_a^b \vec{E}_i d\vec{l} = \int_b^a \vec{E}_i d\vec{l}$$

Elektromotorna sila E_{ems} jednaka je naponu praznog hoda U_{ab0} :

$$\boxed{E_{ems} = E = \int_b^a \vec{E}_i d\vec{l} = U_{ab0} \quad [V]}$$

E_{ems} (kraće E) ima dimenziju napona, mada po prirodi ona nije napon.

E_{ems} - opisuje efekat dejstva stranih sila na nosioce naelektrisanja u generatoru.



GENERATOR U NOMINALNOM REŽIMU

- Polovi generatora su povezani provodnom sredinom ($\sigma > 0$).
- Naelektrisanja sa pola „+“ generatora prelaze u provodnu sredinu krećući se duž linija polja ka polu „-“ generatora.

- Strujno polje u generatoru:

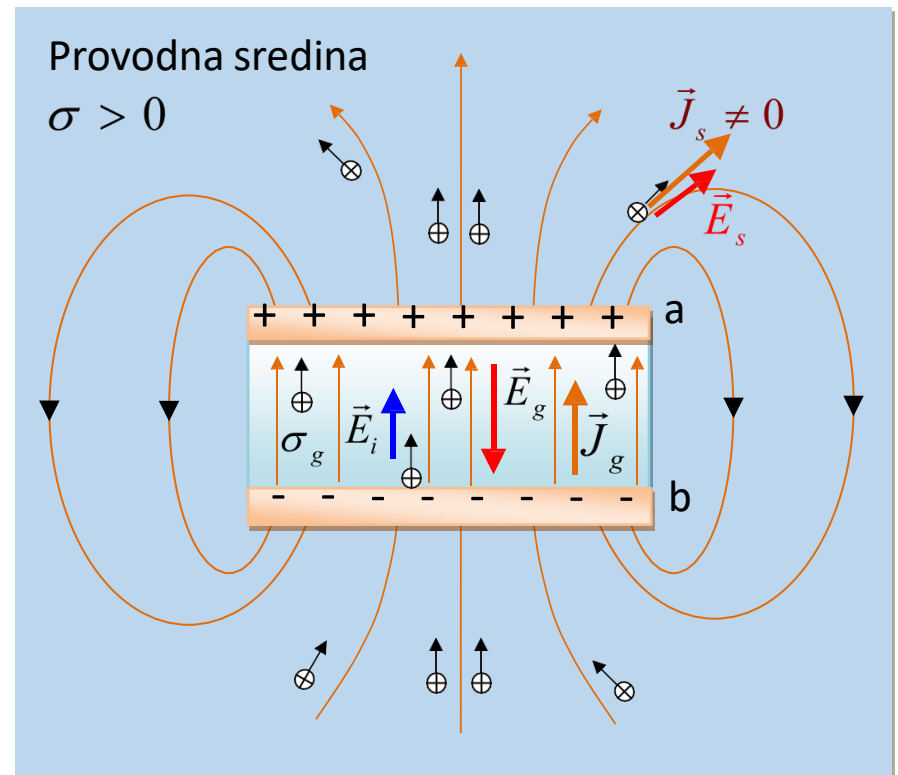
$$\vec{J}_g = \sigma_g (\vec{E}_g + \vec{E}_i) \neq 0 \Rightarrow \vec{E}_g + \vec{E}_i \neq 0$$

$$\Rightarrow E_i > E_g$$

- Strujno polje u spoljašnjoj sredini

$$\vec{J}_s = \sigma \vec{E}_s$$

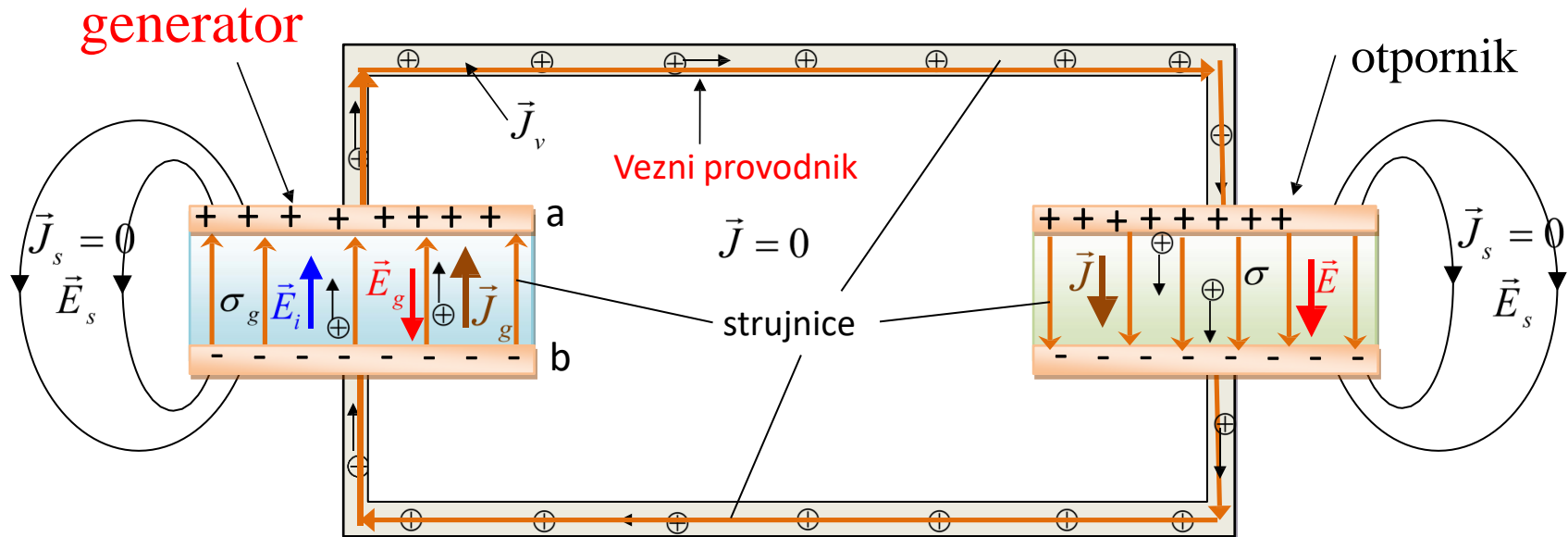
- Uspostavlja se usmereno kretanje naelektrisanja u smeru pobudnog električnog polja \vec{E}_i kroz generator.



KOLA STALNIH (JEDNOSMERNIH) STRUJA

Najprostije električno kolo sastoji se iz:

- Generatora - delovi kola u kojima se vrši razdvajanje naelektrisanja.
- Otpornika - delovi kola sa dominantnim Džulovim gubicima ($\rho > 0$).
- Veznih provodnika - otpornici sa vrlo malim gubicima ($\rho \rightarrow 0$).



Da bi važio zakon kontinuiteta, strujnice u elek. kolima moraju biti zatvorene.

Električna kola kod kojih se algebarska vrednost svih struja tokom vremena ne menja nazivamo električna kola stalnih (jednosmernih) struja.

$$U = RI \quad (\text{napon otpornika})$$

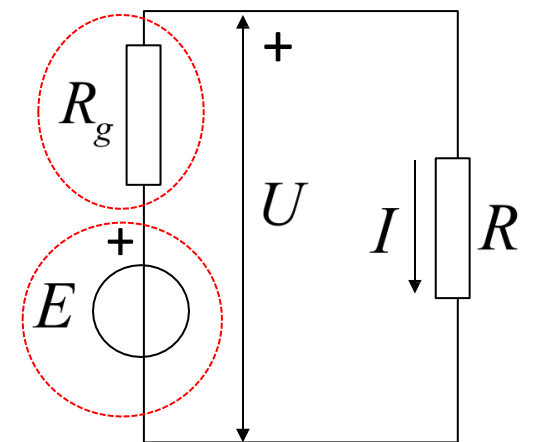
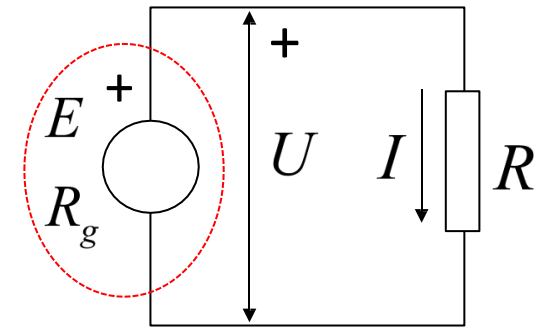
$$U = E - IR_g \quad (\text{napon generatora})$$

$$P_E = EI \quad (\text{snaga generatora})$$

$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} > 0 \quad (\text{snaga prijemnika})$$

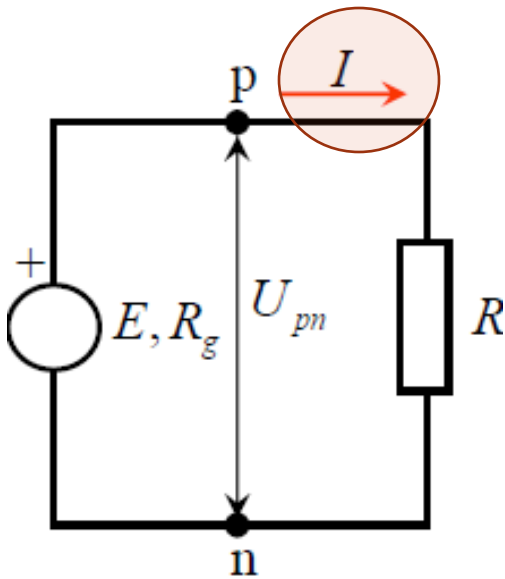
$$P_{Jg} = R_g I^2 > 0 \quad (\text{D\u017eulovi gubici u generatoru})$$

realni generator



izdvajanje unutra\u0161nje
otpornosti R_g iz
generatora

Strujno kolo sa jednim generatorom i jednim otpornikom



$$A = E I \Delta t$$

$$E I \Delta t = R_g I^2 \Delta t + R I^2 \Delta t$$

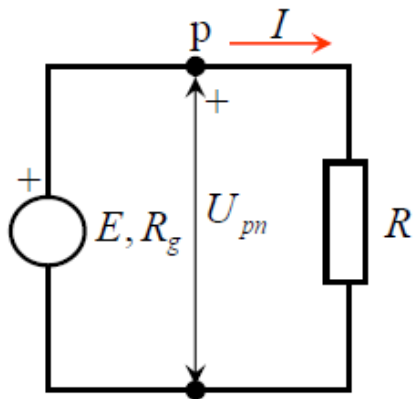
$$E = R_g I + R I$$

$$I = \frac{E}{R_g + R}$$

$$R_g = \frac{E - R I}{I}$$

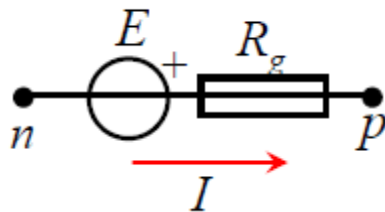
Napon na priključcima generatora u prostom kolu

- Prosto kolo!!!!



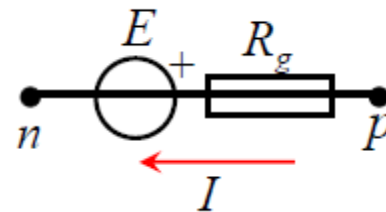
$$V_p - V_n = U_{pn} = RI$$

$$V_p - V_n = U_{pn} = E - R_g I$$



$$U_{np} = R_g I - E$$

$$U_{pn} = -R_g I + E$$



$$U_{np} = -R_g I - E$$

$$U_{pn} = R_g I + E$$

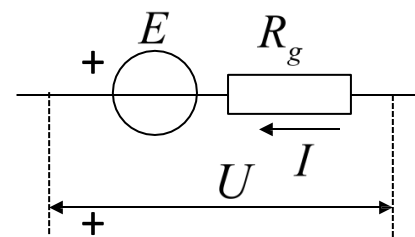
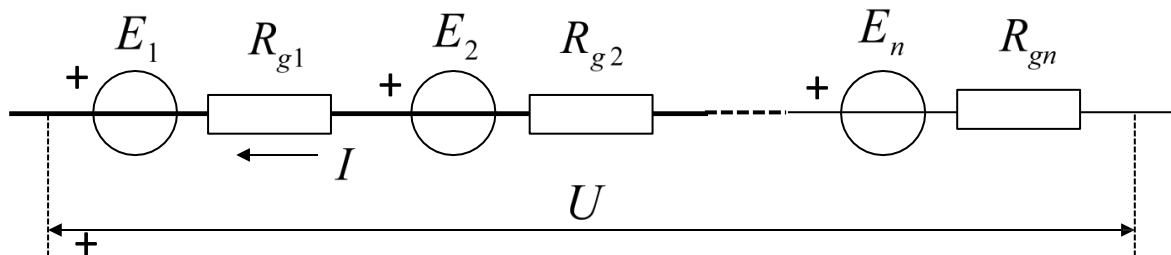
REDNA VEZA NAPONSKIH GENERATORA

Ekvivalentna ems i unutrašnja otpornost redne veze više generatora iznosi:

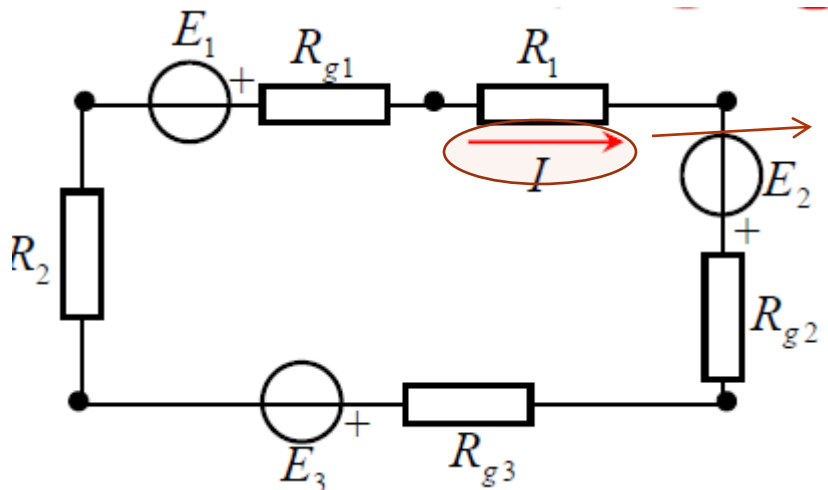
$$E = \sum E_i$$

$$R_g = \sum R_{gi}$$

U algebarskoj sumi, $E = \sum E_i$, znak ems E_i se uzima sa predznakom „+“ ako se smer ems poklapa sa referentnim smerom ekvivalentnog generatora E . Inače, uzima se sa predznakom „-“.



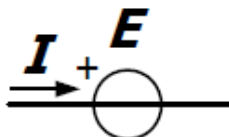
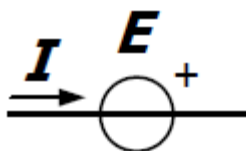
Prosto kolo električne struje



Izabrani referentni smer struje u kolu

Generatori

- ✓ E1
- ✓ E2,
- ? E3



Potrošači

- ✓ R_{g1}
- ✓ R_{g2}
- ✓ R_{g3}
- ✓ R_1
- ✓ R_2

$$I^2(R_{g1} + R_{g2} + R_{g3} + R_1 + R_2)\Delta t = E_1 I \Delta t + E_2 I \Delta t - E_3 I \Delta t$$

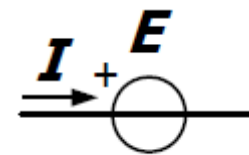
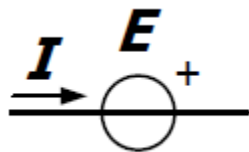
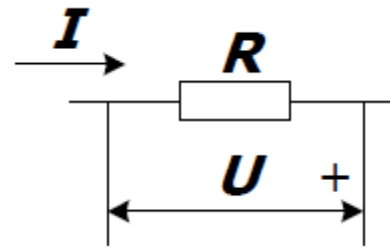
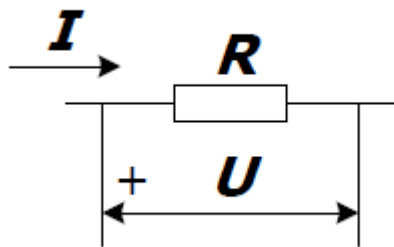
$$I(R_{g1} + R_{g2} + R_{g3} + R_1 + R_2) = E_1 + E_2 - E_3$$

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_{g1} + R_{g2} + R_{g3} + R_1 + R_2}$$

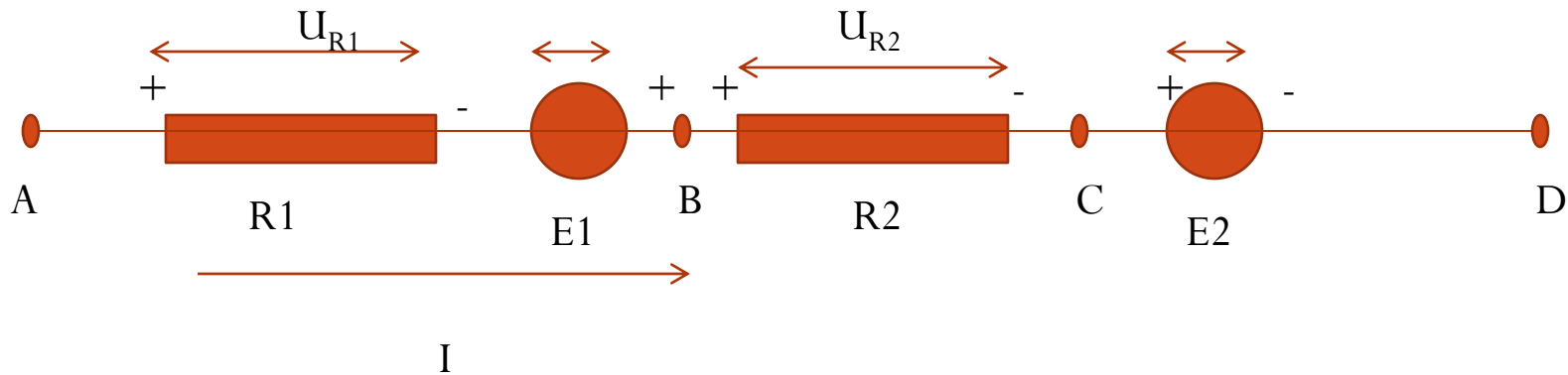
$$I = \frac{\sum E_i}{\sum R_i}$$

ALGEBARSKA SUMA!!!!!!

podsetnik



Napon uzmedju dve tačke u električnom kolu



$$U_{AD} = U_{R1} - E_1 + U_{R2} + E_2$$

$$U_{BD} = IR_2 + E_2$$

$$U_{AD} = IR_1 - E_1 + IR_2 + E_2$$

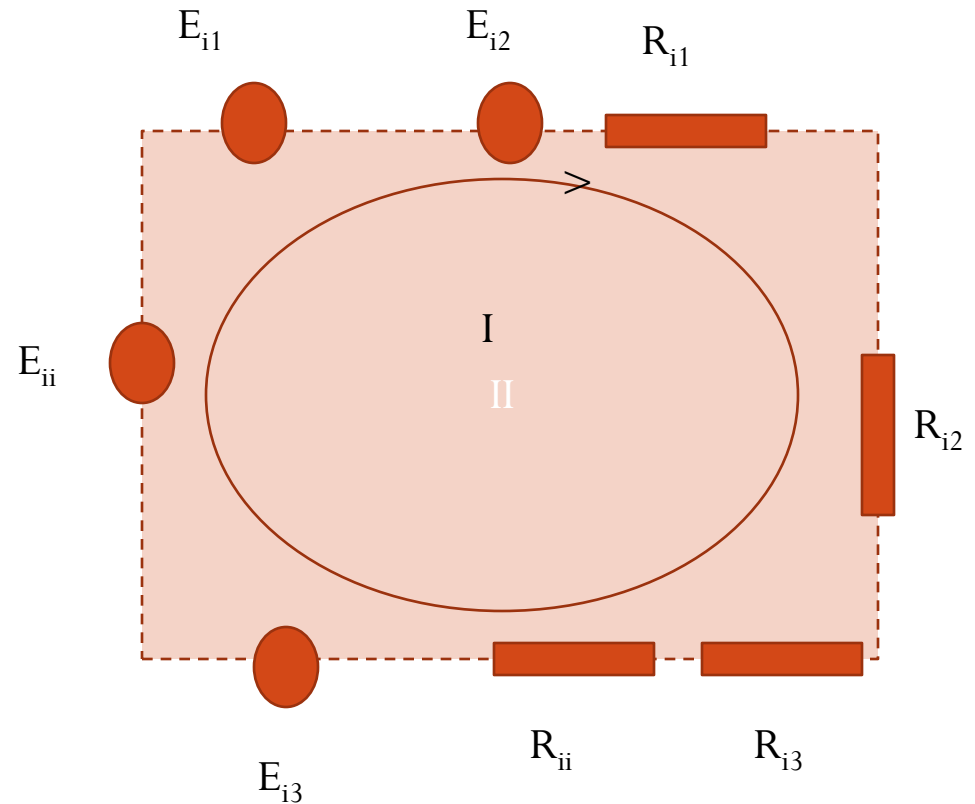
$$U_{AB} = IR_1 - E_1$$

$$U_{BC} = IR_1$$

II Kirhofov Zakon

- Topografija el. Kola
 - ✓ Čvorovi
 - ✓ Grane
 - ✓ konture

$$\sum_i E_i - \sum_i IR_i = 0$$
$$\sum_i E_i = \sum_i IR_i$$



DRUGI KIRHOFOV ZAKON

Algebarski zbir sabiraka E i RI za proizvoljnu zatvorenu konturu u električnom kolu iznosi nula:

$$U_{aa} = \sum_a (E, -RI) = 0$$

Elektromotorna sila E ulazi u zbir sa predznakom „+“ kada je smer sumiranja isti kao i referentni smer ems, inače uzima se sa predznakom „-“.

Član RI uzima se sa predznakom „-“ ako je smer sumiranja isti kao i referentni smer struje I , inače uzima se sa predznakom „+“.

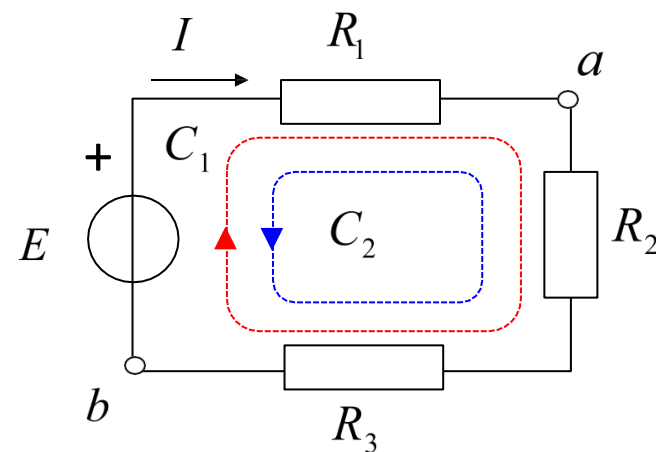
Primena II KZ

Zatvorena putanja C_1 za sumiranje napona:

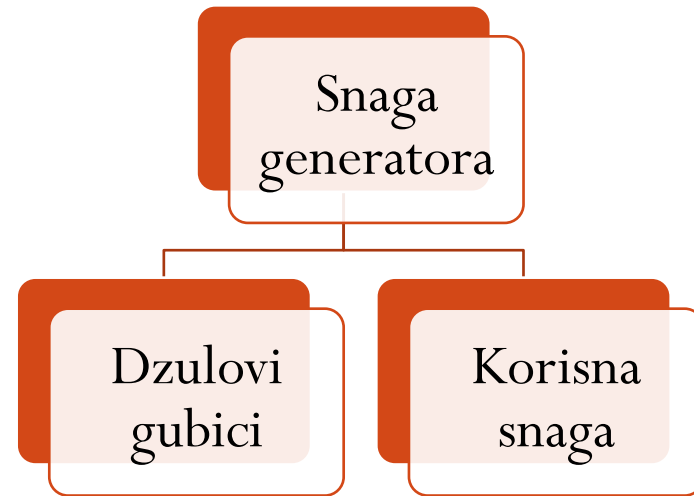
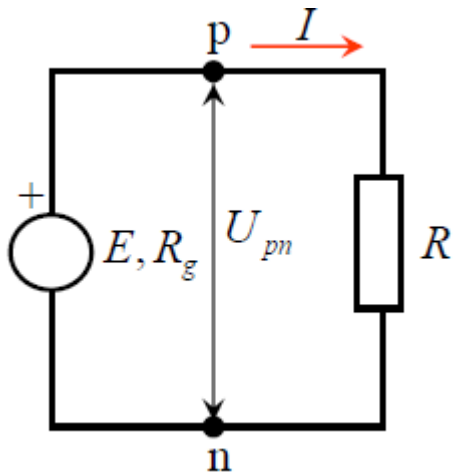
$$1: -R_2 I - R_3 I + E - R_1 I = 0$$

Zatvorena putanja C_2 za sumiranje napona:

$$2: +R_1 I - E + R_3 I + R_2 I = 0$$



Stepen korisnog dejstva i uslov prilagodjenja



$$P = EI = E \frac{E}{R + R_g} = \frac{E^2}{R + R_g}$$

$$P_r = RI^2 = R \frac{E^2}{(R + R_g)^2} = \frac{E^2}{(R + R_g)} \frac{R}{(R + R_g)} = P \frac{R}{R_g + R}$$

$$\eta = \frac{P_R}{P} = \frac{R}{R + R_g}$$

$$R_g \rightarrow 0$$

