

Visoka tehnička škola strukovnih  
studija u Nišu

# MEHANIKA 2 KINEMATIKA

Predavanje br.2

KRETANJE TAČKE PO PRAVOLINIJSKOJ  
PUTANJI

dr Boban Cvetanović

**To je kretanje pri kojem je putanja prava linija, a j-na kretanja tačke može da se napiše kao  $x=f(t)$ .**

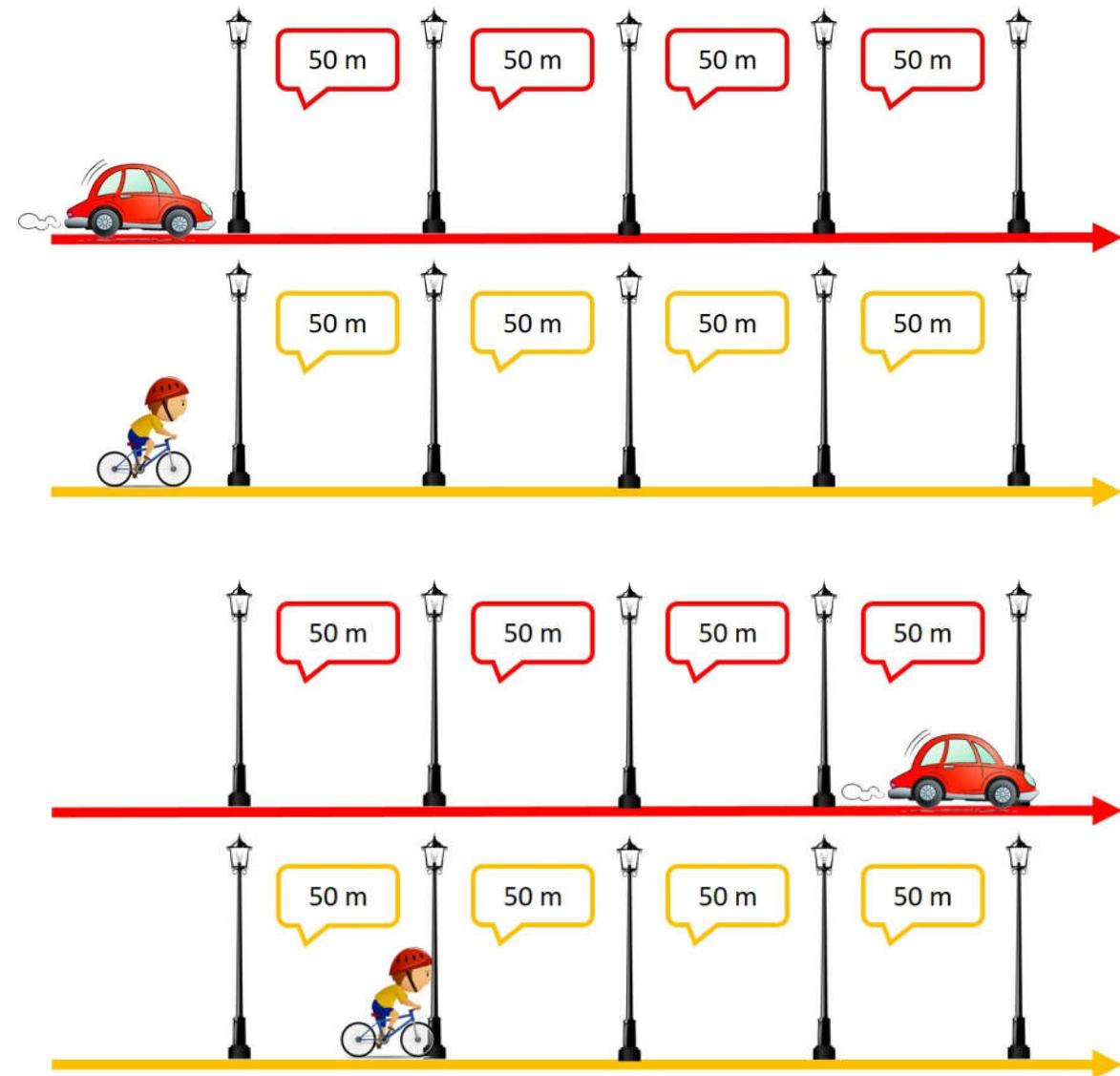
**BRZINA KRETANJA TAČKE PO PRAVOLINIJSKOJ PUTANJI**

**TO JE OSNOVNA KARAKTERISTIKA  
MEHANIČKOG KRETANJA!!!**

Isti početni položaji na početku.

Posle nekog vremenskog perioda njihovi položaji su se promenili.

Na to je uticala **veća brzina automobila u odnosu na biciklistu!!!**



## Srednja i trenutna brzina

Srednja brzina opisuje kretanje tela **u toku celog vremenskog intervala** tj. kretanje na celoj dužini puta.

Npr. voz je prešao 320km za 4h, što znači da je njegova srednja brzina 80km/h. Ovo nikako ne znači da je voz u svakom trenutku imao ovu brzinu jer je morao smanjivati brzinu pri ulasku u stanicu, a kasnije povećavati brzinu (jedan vremenski interval je možda išao brzinom od 62km/h, a drugi 90km/h)

**Srednja brzina kretanja tačke** je odnos pređenog puta s i odgovarajućeg vremenskog perioda t:

$$v_{sr} = \frac{s}{t}$$

Ako poznajemo početnu i krajnju brzinu, onda se srednja brzina može sračunati i kao:

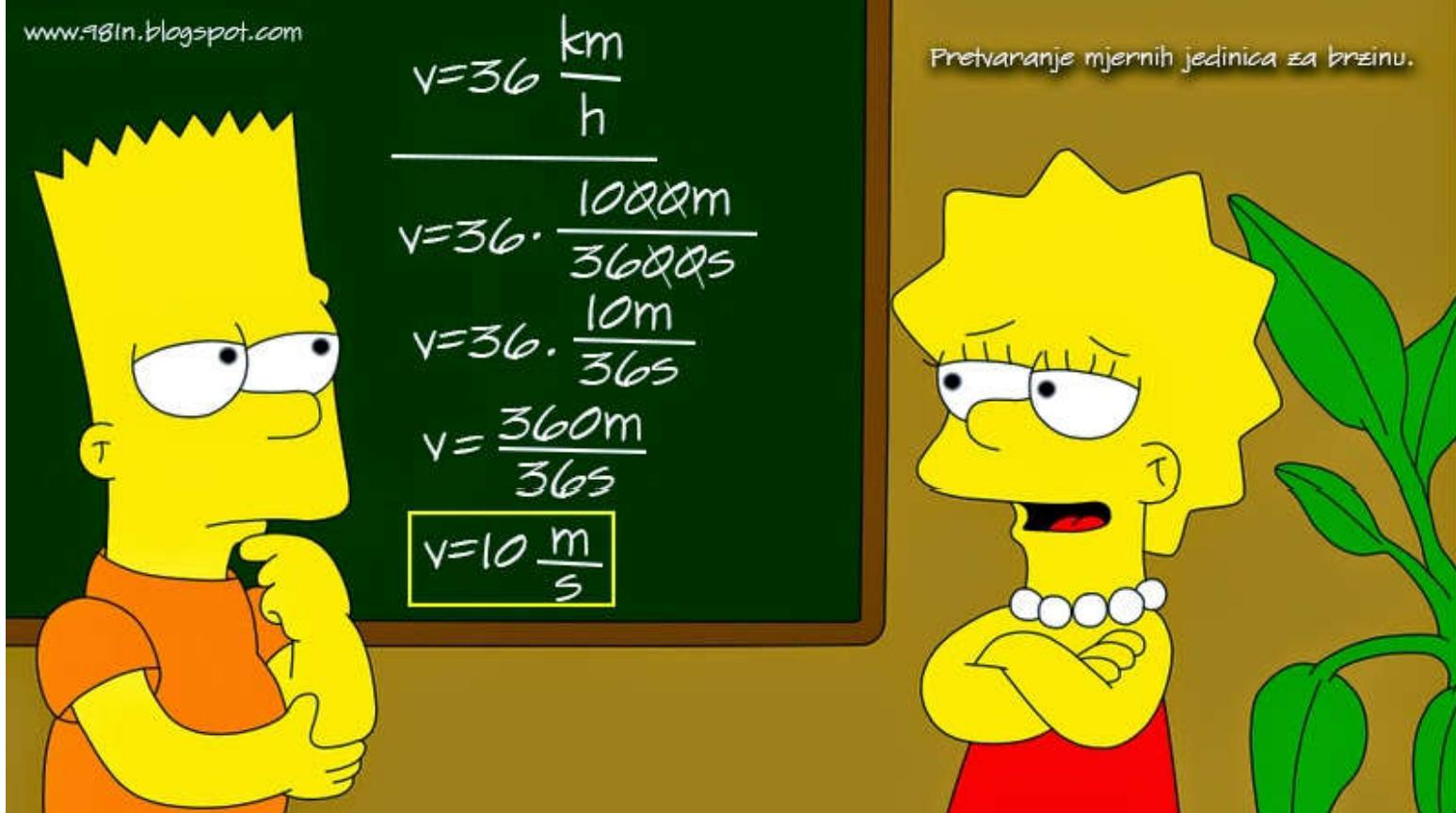
$$v_{SR} = \frac{v_0 + v}{2}$$

Za određivanje položaja tela u bilo kom trenutku vremena potrebno je poznavati **trenutnu brzinu**.

To je brzina u jednom trenutku, u jednoj tački putanje.

To je **vektorska veličina**, a osnovna jedinica je **m/s**  
( $1\text{m/s}=3,6\text{km/h}$ )





Pretvaranje mjernih jedinica za brzinu.

## VRSTE KRETANJA

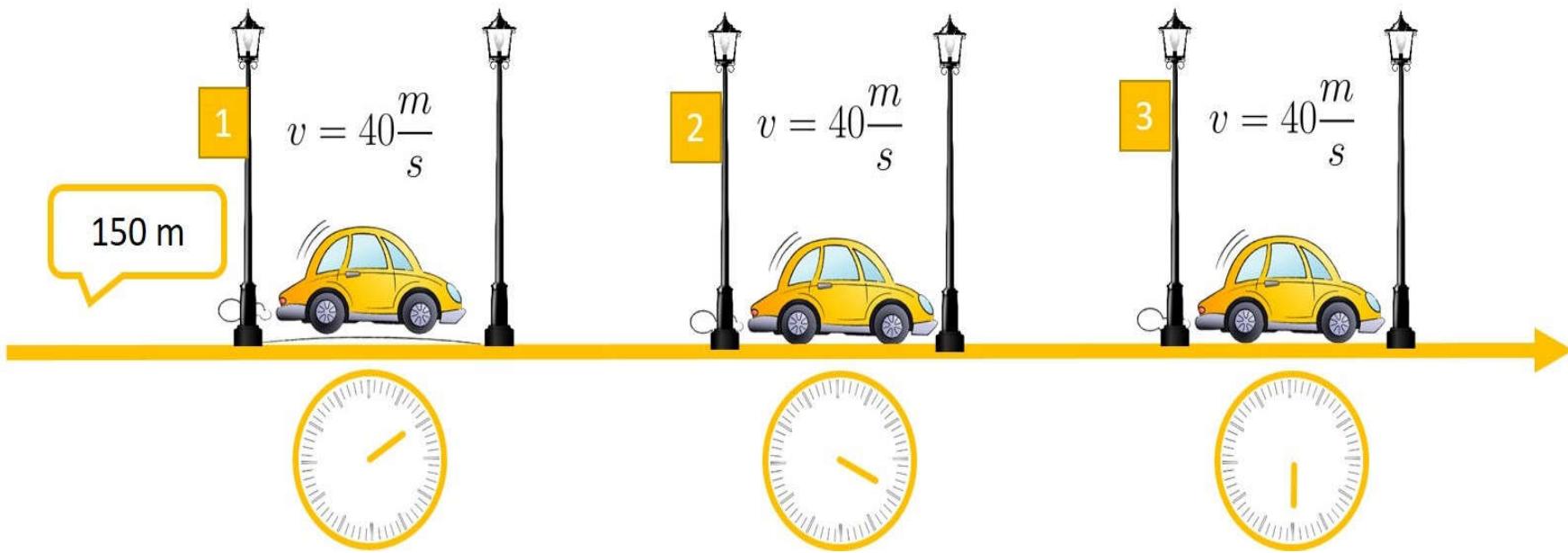
Ako se brzina kretanja ne menja tokom čitavog kretanja ( **$v=const.$** ) radi se o **ravnomernom (jednolikom)** kretanju tačke. Kod ovog kretanja je trenutna brzina u svakom trenutku ista i jednaka srednjoj brzini.

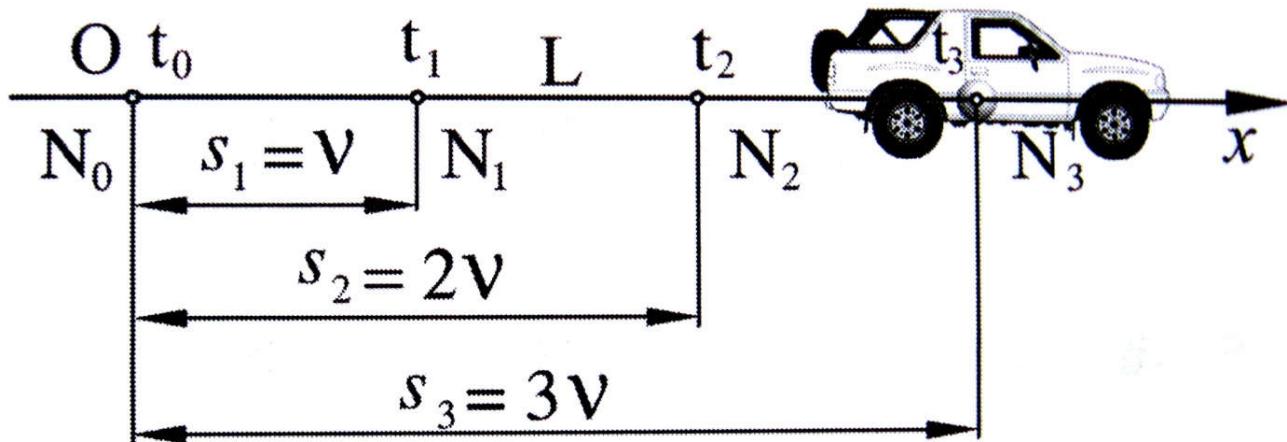
Ako se brzina kretanja menja ( **$v \neq const.$** ) radi se o **promenljivom (nejednolikom)** kretanju tačke. Tada trenutne brzine nisu iste.

# JEDNOLIKO PRAVOLINIJSKO KRETANJE TAČKE

To je kretanje tačke po putanji oblika prave linije pri kojem tačka u jednakim vremenskim intervalima prelazi jednake puteve.

**Brzina** ovog kretanja **ne zavisi od vremena** i ima stalnu vrednost  **$v=\text{const.}$**





Pređeni put tačke N posle t sekundi kretanja je:  $s=v \cdot t$  (ukoliko je tačka imala neki početni pređeni put  $s_0$  onda je  $s=s_0+v \cdot t$ ).

**Osnovne kinematičke j-ne jednolikog pravolinijskog kretanja tačke su:**

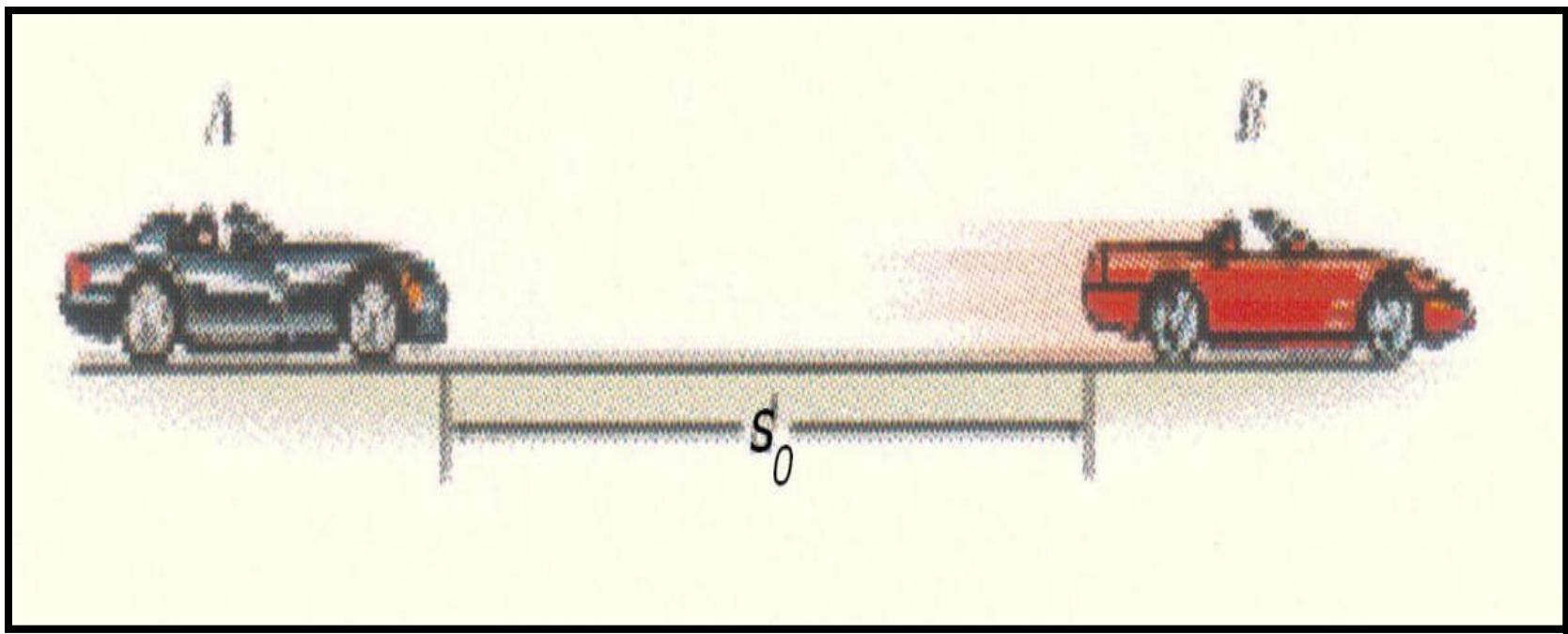
$$s=v \cdot t$$

$$v=s/t$$

$$t=s/v$$

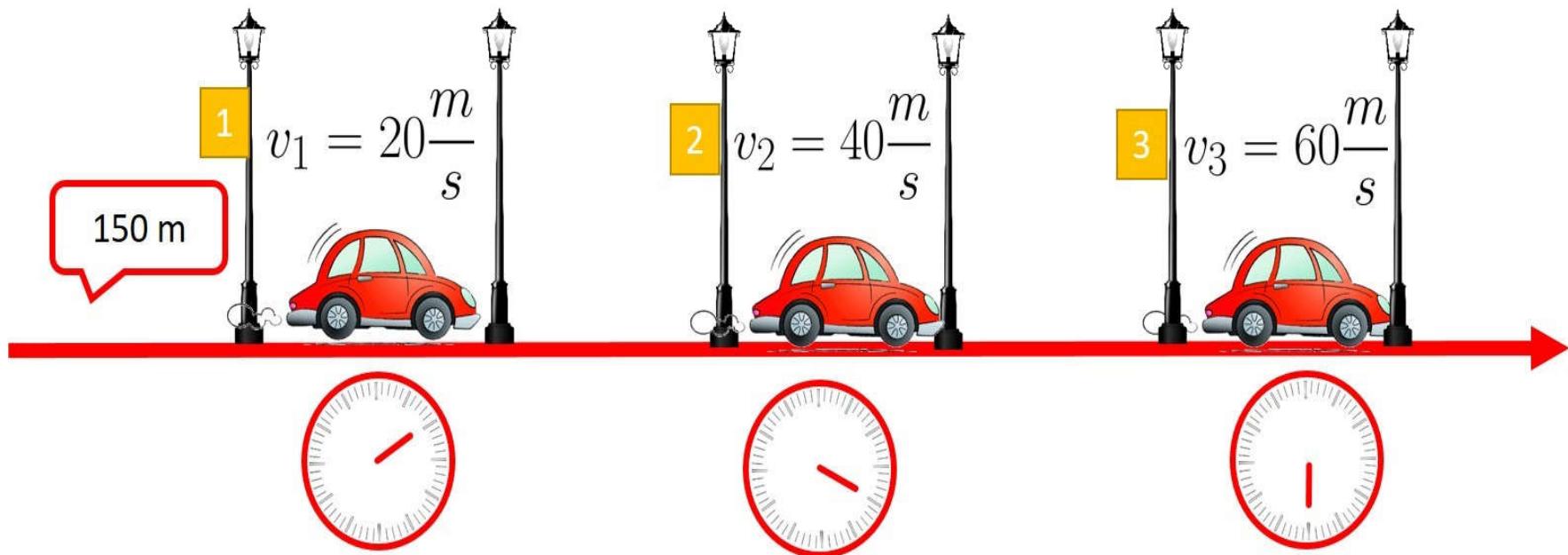
## PRIMER.

Dva automobila krecu se jednoliko po pravcu brzinama od 80 km/h i 50 km/h. Oba automobila počinju se kretati istovremeno, s tim da razmak izmedju prvog i drugog automobila iznosi 2 km. Odrediti vreme ( $t$ ) kada je prvi automobil sustigao drugi.



# PROMENLJIVO PRAVOLINIJSKO KRETANJE TAČKE

U opštem slučaju brzina se kod pravolinijskog kretanja menja u zavisnosti od vremena tj.  $v \neq \text{const.}$



Neka u trenutku  $t_1$  pokretna tačka ima brzinu  $v_1$ , a u trenutku  $t_2$  brzinu  $v_2$ . Ako je  $v_2 > v_1$ , onda je priraštaj brzine  $\Delta v = v_2 - v_1$  u toku vremena  $\Delta t = t_2 - t_1$ .

**Srednje ubrzanje pravolinijskog kretanja** je odnos priraštaja brzine ( $\Delta v$ ) i odgovarajućeg vremenskog intervala ( $\Delta t$ ):

$$a_{sr} = \Delta v / \Delta t$$

Ako vremenski interval  $\Delta t$  teži nuli dobija se granična vrednost koja se naziva **ubrzanje a (acceleratio)**.

Ubrzanje je **vektorska veličina**, a osnovna jedinica je **m/s<sup>2</sup>**.

**Vektori brzine i ubrzanja su kolinearni** (isti pravac), a smer zavisi od toga da li se radi o ubrzanom ili usporenom pravolinijskom kretanju.

Na osnovu ubrzanja može se zaključiti o vrsti pravolinijskog kretanja na sledeći način:

- ako je  $a=0 \rightarrow$  **jednoliko kretanje**
- ako je  $a=\text{const.} \rightarrow$  **jednako promenljivo kretanje**  
 $a>0 \rightarrow$  **jednakoubrzano**  
 $a<0 \rightarrow$  **jednakousporeno**
- ako je  $a \neq \text{const.} \rightarrow$  **nejednako promenljivo kretanje**



a) brzina se ne mjeri po  
interzitetu;



b) brzina ravnomerno raste  
(ubrzanje ima konstantnu  
vrednost);



c) brzina ravnomerno opada  
(ubrzanje ima konstantnu  
vrednost, ali je suprotno  
usmereno smjeru kretanja);

# Jednakoubrzano pravolinjsko kretanje tačke

To je kretanje tačke po pravolinjskoj putanji **pri kojem se  
brzina tačke povećava uvek za istu vrednost u svakoj  
sledećoj jedinici vremena.**

**Vrednost za koju se povećava brzina je ubrzanje a.**

Opšti obrazac za izračunavanje brzine tačke je:

$$v=v_0+at$$

gde je  $v_0$  početna brzina (ne mora da postoji, može da iznosi 0).

Iz ove j-ne mogu se izvesti neke druge j-ne u zavisnosti šta je poznato, a šta se traži:

- **Početna brzina tačke:**  $v_0 = v - at$
- **Vreme kretanja tačke:**  $t = (v - v_0) / a$
- **Ubrzanje tačke:**  $a = (v - v_0) / t$

**Srednja brzina ovog kretanja :  $v_{sr} = s/t = (v_0 + v)/2$**

Pomoću srednje brzine može se odrediti **put koji će tačka preći u toku vremena t:**

$$s = v_{sr} \cdot t = (v_0 + v) \cdot t / 2$$

Korišćenjem obrasca za brzinu i ubacivanjem u izraz za put sledi:

$$s = [v_0 + (v_0 + at)] t / 2 = (2v_0 + at)t / 2$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{s = v_0 t + at^2 / 2}$$

Ako je tačka prešla i neki početni put  $s_0$  onda je:  $\mathbf{s = s_0 + v_0 t + at^2 / 2}$

Ostali obrasci u upotrebi:

$$v^2 - v_0^2 = 2as$$

Kada tačka kreće iz stanja mirovanja ( $v_0=0$ ) osnovne kinematičke j-ne su:

$$v=at, \quad s=at^2/2, \quad v^2=2as$$

## PRIMER

Automobil ubrzava od 0-100km/h za 7,5 sekundi. Ako se kreće jednakoubrzano odrediti ubrzanje automobila. Ako nastavi da ubrzava, za koje vreme će dostići od 0 km/h do maksimalnih 230km/h .



Rešenje:  
 $3.7 \text{ m/s}^2$   
Rešenje:  
 $17.26 \text{ sec}$

# Jednakousporeno pravolinijsko kretanje tačke

To je kretanje tačke po pravolinijskoj putanji pri kojem se **brzina tačke smanjuje uvek za istu vrednost** u svakoj sledećoj jedinici vremena.

**Vrednost za koju se smanjuje brzina je usporenje a.**

**Ovo kretanje mora imati početnu brzinu  $v_0$   
(to je najveća brzina kretanja tačke)**

Opšti obrazac za izračunavanje brzine tačke je:

$$v=v_0-at$$

gde je  $v_0$  početna brzina.

Iz ove jednake mogu se izvesti neke druge jednake u zavisnosti šta je poznato, a šta se traži:

- **Početna brzina tačke:**  $v_0 = v + at$
- **Vreme kretanja tačke:**  $t = (v_0 - v) / a$
- **Usporenje tačke:**  $a = (v_0 - v) / t$
- **Vreme zaustavljanja:**  $t_k = v_0 / a$  (krajnja brzina  $v = v_k = 0$ )

Srednja brzina ovog kretanja :

$$v_{sr} = (v_0 + v) / 2$$

Pomoću srednje brzine može se odrediti put koji će tačka preći u toku vremena  $t$ :

$$s = v_{sr} \cdot t = (v_0 + v) \cdot t / 2$$

Korišćenjem obrasca za brzinu i ubacivanjem u izraz za put sledi:

$$s = [v_0 + (v_0 - at)] t / 2 = (2v_0 - at) \cdot t / 2$$

$$\rightarrow s = v_0 t - at^2 / 2$$

Ako je tačka prešla i neki početni put  $s_0$  onda je:

$$s = s_0 + v_0 t - at^2 / 2$$



Ostali obrasci u upotrebi:

$$v_0^2 - v^2 = 2as$$

**Put zaustavljanja (kočenja):**

$$s_k = v_0^2 / 2a$$

## ZADATAK 1

Automobil A kreće se putem brzinom od  $50\text{km/h}$ . U jednom trenutku, vozač opaža prepreku na udaljenosti od  $30\text{m}$ , i počinje da koči. Da li će automobil uspeti da se zaustavi ispred prepreke, ako mu kočnice dozvoljavaju usporenje od  $6\text{m/s}^2$ ?

# Određivanje puta kočenja i puta zaustavljanja

Proces kočenja se odvija po fazama:

Prva faza – zakašnjenje, obuhvata:

- psihofizičku reakciju vozača
- odziv kočnog sistema – do trenutka početka porasta sile kočenja (poništavanje zazora, elastične deformacije elemenata, porast pritiska...)

Trajanje prve faze:  $t_1$  = vreme zakašnjenja

Druga faza – aktiviranje sistema

- porast pritiska, uspostavljanje reakcija veze na pojedinim elementima uključujući točak

Trajanje druge faze:  $t_2$  = vreme aktiviranja sistema

Treća faza – puno usporenje,  $a = a_p$

- sile kočenja dostigle punu vrednost  $\Rightarrow$  dospjeto puno usporenje

Trajanje treće faze:  $t_3$  – vreme kočenja sa punim usporenjem

**Napomena:** puno usporenje je vrednost koja odgovara datom pritisku u hidrauličkom sistemu (tj. pritisku na pedalu kočnice); ne podrazumeva se obavezno da je reč o maksimalno mogućoj vrednosti sa stanovišta iskorišćenja prijanjanja

**“Psihička sekunda”** - vreme reakcije vozača od početka opažanja i shvatanja situacije da je potrebno kočenje, kao i vreme premeštanja noge na pedalu kočnice.

**Ovo vreme je individualno i za prosečne i pažljive vozače kreće se u granicama 0,6 do 0,8 sekundi.**

Ispitivanja su pokazala da svega 10% ispitanika ima vreme reakcije 0,4 sekundi ili čak i manje.

Isto tako izvestan broj ispitanika, kao i testiranje umornih vozača i vozača pod uticajem alkohola, pokazalo je, da je kod njih, znatno sporije vreme reakcije, čak do 1,5 sekundi

Eksperimentalno je dokazano da se već posle dve čaše žestokog pića psihička sekunda produžava na 1,5 sekundi a posle 4 čaše na 2 sekunde)

## ZADATAK 1A

Automobil A kreće se putem brzinom od 50km/h. U jednom trenutku, vozač opaža prepreku na udaljenosti od 30m, i počinje da koči. Da li će automobil uspeti da se zaustavi ispred prepreke, ako mu kočnice dozvoljavaju usporenje od  $6\text{m/s}^2$ ? Uzeti u obzir prosečnu "psihičku sekundu" vozača 0,75 sec.

## ZADATAK 1B

Automobil A kreće se putem brzinom od 50km/h. U jednom trenutku, pijani vozač opaža prepreku na udaljenosti od 30m, i počinje da koči. Da li će automobil uspeti da se zaustavi ispred prepreke, ako mu kočnice dozvoljavaju usporenje od  $6\text{m/s}^2$ ? Uzeti u obzir "psihičku sekundu" pijanog vozača 1,5 sec.

Usporenje [m/s <sup>2</sup> ]	Početna brzina kočenja [km/h]					
	60	80	100	120	140	180
	Put za vrijeme reakcije od 1 sekunde [m]					
	17	22	28	33	39	50
Put kočenja [m]						
4.4	48	78	115	160	210	335
5.0	44	71	105	145	190	300
5.8	40	65	94	130	170	265
7.0	36	57	83	110	145	230
8.0	34	53	76	105	135	205
9.0	32	50	71	95	125	190

## ZADATAK 2

Ugledavši na pravom putu policajca sa radarom, vozač smanjuje brzinu sa 75km/h na 45km/h na dužini puta od 88m.

Ako je usporenje bilo konstantno, odrediti koliko ono iznosi i koliko je vremena proteklo dok je automobil usporavao

Rešenje:  $a=1,57\text{m/s}^2$ ,  $t=5,3\text{sec}$

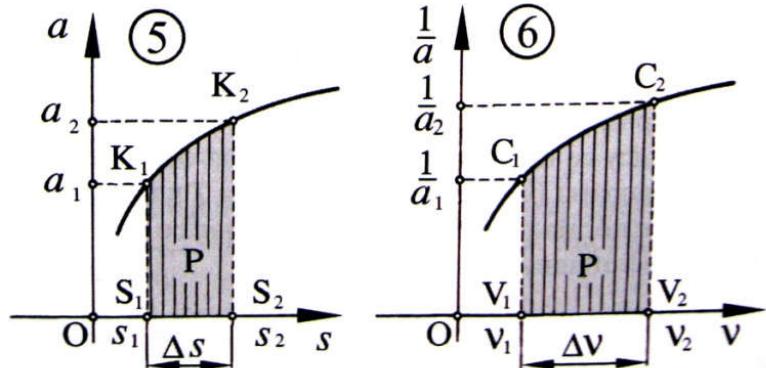
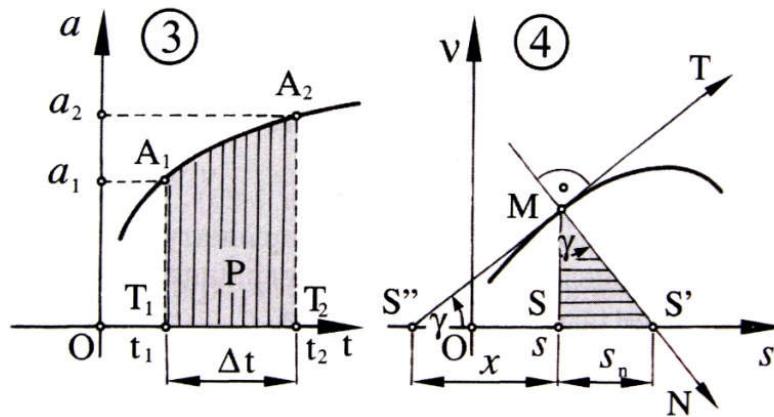
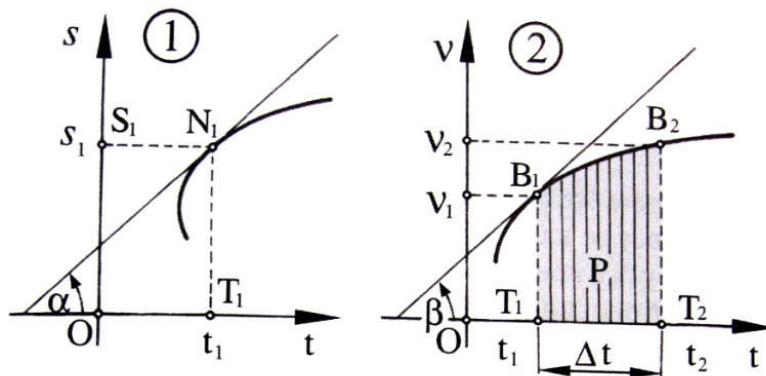
## KINEMATIČKI DIJAGRAMI

Ovi dijagrami grafički prikazuju **zakone promene kinematičkih veličina (s,v,a) u zavisnosti od vremena (t)** ili od drugih elemenata kretanja.

Crtaju se, uglavnom, u Dekartovom pravouglogu sistemu u ravni.

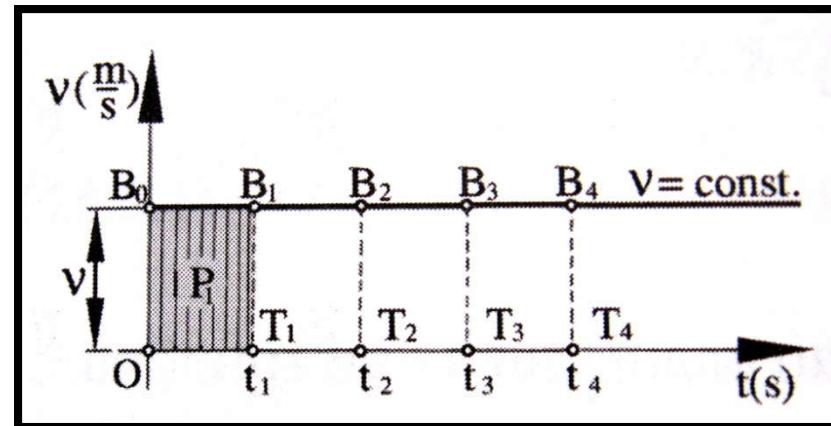
U tehničkoj praksi primenjuje se šest kinematičkih dijagrama:

1. **puta i vremena (s,t)**
2. **brzine i vremena (v,t)**
3. **ubrzanja i vremena (a,t)**
4. **brzine i puta (v,s)**
5. **ubrzanja i puta (a,s)**
6. **recipročnog ubrzanja i puta ( $1/a$ , v)**

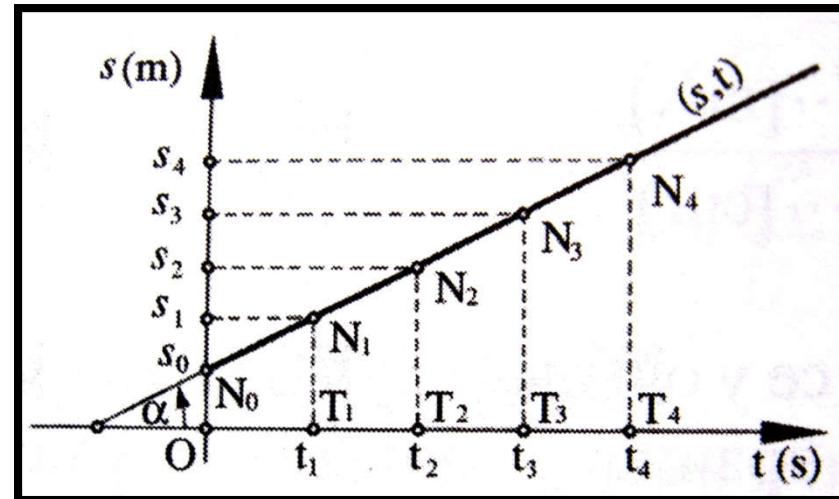


# Kinematicki dijagrami jednolikog pravolinijskog kretanja tačke

## 1. dijagram ( $v, t$ )

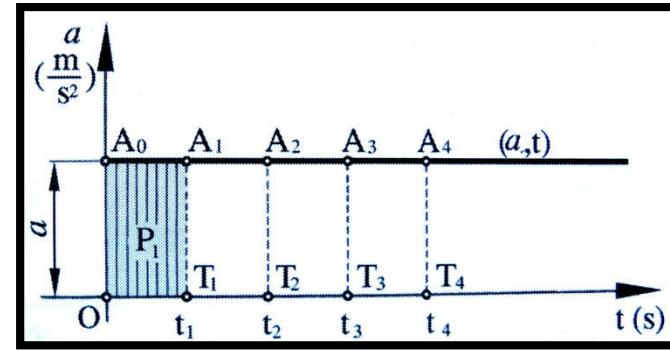


## 2. dijagram ( $s, t$ )

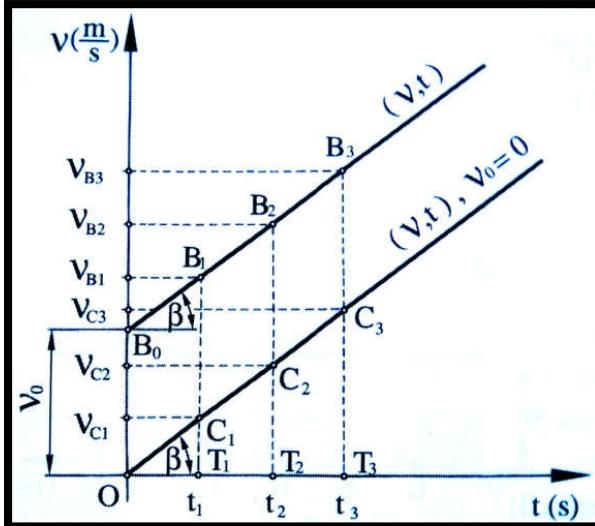


# Kinematicki dijagrami jednakoubrzanog pravolinijskog kretanja tačke

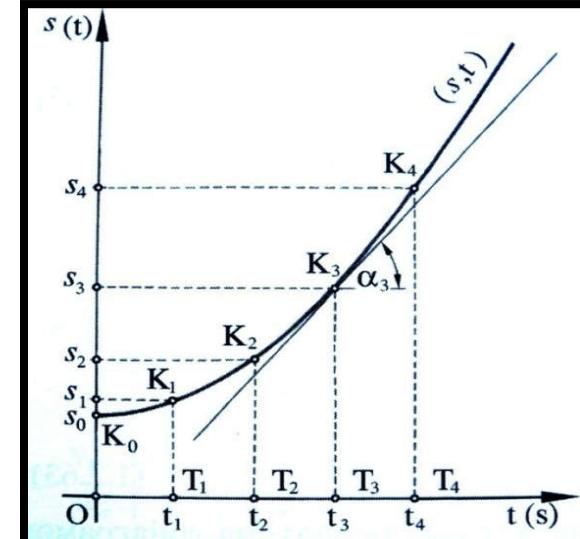
dijagram (a,t)



dijagram (v,t)

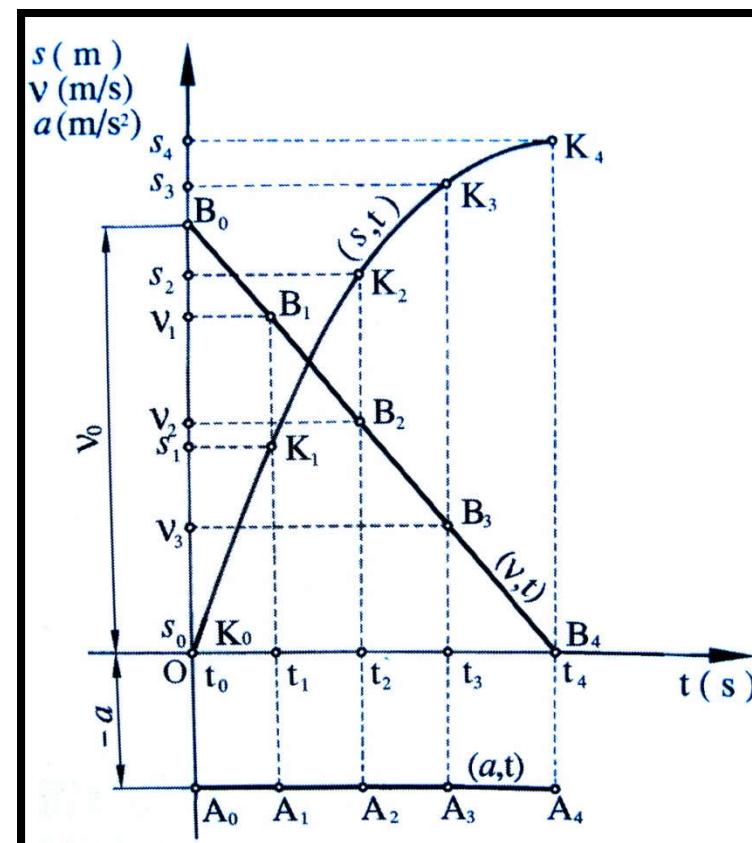


dijagram (s,t)



# Kinematicki dijagrami jednakousporenog pravolinijskog kretanja tačke

1. dijagram ( $a,t$ )
2. dijagram ( $v,t$ )
3. dijagram ( $s,t$ )



## ZADATAK A

Vozač automobila odluči preteći kamion koji vozi stalnom brzinom 72km/h. Na početku automobil vozi takodje brzinom od 72km/h i udaljen je 24 m od zadnje ivice kamiona. Automobil ubrzava sa  $2.9 \text{ m/s}^2$  i nakon preticanja vraća se u desnu traku.

- a) Koliko vremena treba za opisano preticanje?
- b) Koliku udaljenost automobil pritom predje?
- c) Koliku je brzinu postigao automobil do kraja preticanja?

## ZADATAK B

Vozač automobila odluči preteći kamion koji vozi stalnom brzinom 72km/h. Na početku automobil vozi takodje brzinom od 72km/h i udaljen je 24 m od zadnje ivice kamiona, a zatim odlučuje da ga pretekne, jednako ubrzavajući sa  $2.9 \text{ m/s}^2$ . Videvši da automobil pokušava da ga pretekne, vozač usporava sa  $1\text{m/s}^2$ . Automobil se nakon preticanja vraća se u desnu traku.

- a) Koliko vremena treba za opisano preticanje?
- b) Koliku udaljenost automobil pritom predje?
- c) Koliku je brzinu postigao automobil do kraja preticanja?

## ZADATAK C

Vozač automobila odluči preteći kamion koji vozi stalnom brzinom 72km/h. Na početku automobil vozi takođe brzinom od 72km/h i udaljen je 24 m od zadnje ivice kamiona, a zatim odlučuje da ga pretekne, jednako ubrzavajući sa  $2.9 \text{ m/s}^2$ . Videvši da automobil pokušava da ga pretekne, vozač ubrzava sa  $1.5 \text{ m/s}^2$ . Automobil se nakon preticanja vraća se u desnu traku.

- a) Koliko vremena treba za opisano preticanje?
- b) Koliku udaljenost automobil pritom predje?
- c) Koliku je brzinu postigao automobil do kraja preticanja?

## ZADATAK

Vozač automobila odluči preteći kamion koji vozi stalnom brzinom 72km/h. Na početku automobil vozi takođe brzinom od 72km/h i udaljen je 24 m od zadnje ivice kamiona. Automobil ubrzava s  $2.9 \text{ m/s}^2$  i vraća se u desnu traku kad mu je zadnja ivica udaljena 26 m od prednje ivice kamiona. Automobil je dug 4.5 m, a kamion 21 m.

- a) Koliko vremena treba za opisano preticanje?
- b) Koliku udaljenost automobil pritom predje?
- c) Koliku je brzinu postigao automobil do kraja preticanja?

HVALA  
NA  
PAŽNJI

# Pitanja

