

РЕАЛНЕ ФУНКЦИЈЕ

* ЕКСПЛИЦИТНИ ОБЛИК Ф-ЈЕ: $y = f(x)$

* ИМПЛИЦИТНИ ОБЛИК Ф-ЈЕ: $F(x, y) = 0$

* ПАРАМЕТАРСКИ ОБЛИК Ф-ЈЕ: $\begin{cases} y = f(t) \\ x = g(t) \end{cases}, t \in A$

1. $f(x) = \frac{x-3}{x^2-1}$

(?) $f(-2), f(0), f(3)$

(?) $\exists f(-1)$

$f(-2) = \frac{-2-3}{(-2)^2-1} = \frac{-5}{4-1} = -\frac{5}{3}$

$f(0) = \frac{0-3}{0^2-1} = \frac{-3}{-1} = 3$

$f(3) = \frac{3-3}{3^2-1} = \frac{0}{9-1} = 0$

$\nexists f(-1)$ ЗАТО ШТО ЈЕ
ИМЕНИЛАЦ ЗА $x=-1$ ЈЕДНАК:
 $(-1)^2-1 = 1-1 = 0$

2. $f(x) = \begin{cases} x^2-4x+5, & x < 0 \\ 7x+3, & x \geq 0 \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 2x^2-x-5, & x < 0 \\ x+8, & x \geq 0 \end{cases}$

$f(x) = g(x)$

$x < 0$
 $x^2-4x+5 = 2x^2-x-5$

$x^2+3x-10=0$

$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$

$x_{1/2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$
 $\frac{-3-7}{2} = -\frac{10}{2} = -5 = x_1$
 $\frac{-3+7}{2} = \frac{4}{2} = 2 > 0 \perp$

$x \geq 0$

$7x+3 = x+8$

$6x = 5 \quad | :6$

$x_2 = \frac{5}{6}$

3. $f(x+1) = x^2-3x+2$

(?) $f(x)$

СМЕНА: $x+1 = t$

$x = t-1$

$f(t) = (t-1)^2-3(t-1)+2$

$f(t) = t^2-2t+1-3t+3+2$

$f(t) = t^2-5t+6$

$f(x) = x^2-5x+6$

$$4. \begin{cases} x = 2 \cos t / : 2 \\ y = 2 \sin t / : 2 \end{cases}, 0 \leq t < 2\pi$$

$$\begin{cases} \cos t = \frac{x}{2} / ^2 \\ \sin t = \frac{y}{2} / ^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 t = \frac{x^2}{4} \\ \sin^2 t = \frac{y^2}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} = 1 / : 4$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$x^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

имплицитный
облик ЛАТЕ Ф-Е

$$x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$y^2 = 4 - x^2$$

$$y = \pm \sqrt{4 - x^2}$$

эксплицитный облик
ЛАТЕ Ф-Е

$$5. \text{ а) } \frac{x^2}{5y} = 3x + 1$$

$$5y = \frac{x^2}{3x+1} / : 5$$

$$y = \frac{x^2}{5(3x+1)}$$

$$\text{ г) } \log_{10}(x-1) + \log_{10}(y+1) = 1$$

$$\log_{10}(x-1) \cdot (y+1) = \log_{10} 10$$

$$(x-1) \cdot (y+1) = 10$$

$$y+1 = \frac{10}{x-1}$$

$$y = \frac{10}{x-1} - 1 \stackrel{L(x-1)}{=} \frac{10 - x + 1}{x-1}$$

$$y = \frac{10 - x + 1}{x-1}$$

$$y = \frac{11 - x}{x-1}$$

$$\text{ А) } 2^{x^2 y} = 7 / \log_2$$

$$\log_2 2^{x^2 y} = \log_2 7$$

$$x^2 y \cdot \underbrace{\log_2 2}_1 = \log_2 7$$

$$x^2 y = \log_2 7$$

$$y = \frac{\log_2 7}{x^2}$$

$$\text{ б) } 5^{2x+y} = 25$$

$$5^{2x+y} = 5^2$$

$$2x+y = 2$$

$$y = 2 - 2x$$

$$y = 2(1-x)$$

$$\text{ в) } \ln(x+y) = 3$$

$$e^{\ln(x+y)} = e^3$$

$$x+y = e^3$$

$$y = e^3 - x$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b, a > 0, a \neq 1; \log b = \log_{10} b$$

$$\log_a a = 1, b, c > 0, \ln b = \log_e b$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b = b$$

- СВОЙСТВА РЕАЛНИХ ФУНКЦИЈА -

* ОБЛАСТ ДЕФИНИСАНОСТИ Ф-ЈЕ (ДОМЕН)

$$\rightarrow y = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \text{ДОМЕН ЈЕ ОДРЕЂЕН СА: } g(x) \neq 0$$

$$\rightarrow y = \sqrt[n]{f(x)} \Rightarrow -||- \begin{cases} f(x) \geq 0, & n - \text{ПАРАН БР.} \\ f(x) \in \mathbb{R}, & n - \text{НЕПАРАН БР.} \end{cases}$$

$$\rightarrow y = \log_a f(x), a > 0, a \neq 1 \Rightarrow -||- f(x) > 0$$

$$\rightarrow y = \arcsin f(x) \vee y = \arccos f(x) \Rightarrow -||- -1 \leq f(x) \leq 1$$

1. а) $y = 7x^3 + x^2 - 8x + 2$

$$\boxed{\text{Dom}_f = \mathbb{R}}$$

б) $y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 4}$

$$\text{Dom}_f: x^2 + 1 \geq 0 \wedge x^2 - 4 \geq 0$$

$$x^2 \geq -1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)}$$

в) $y = \frac{x+1}{x^2 - 7x + 6}$

$$\text{Dom}_f: x^2 - 7x + 6 \neq 0$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{7 \pm 5}{2} \begin{cases} \frac{7-5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ \frac{7+5}{2} = \frac{12}{2} = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x \neq 1 \wedge x \neq 6$$

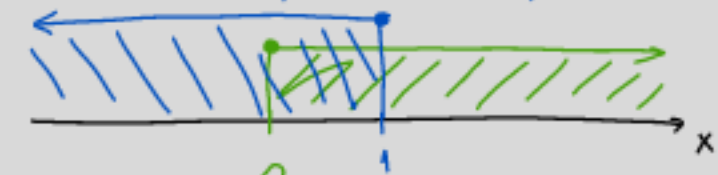
$$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}_f = \mathbb{R} \setminus \{1, 6\} = (-\infty, 1) \cup (1, 6) \cup (6, +\infty)}$$

г) $y = \arcsin(2x-1)$

$$\text{Dom}_f: 2x-1 \geq -1 \wedge 2x-1 \leq 1$$

$$2x \geq 0 : / : 2 \quad 2x \leq 2 : / : 2$$

$$x \geq 0 \wedge x \leq 1$$



$$x \in [0, 1]$$

$$\Rightarrow \text{Dom}_f = [0, 1]$$

д) $y = \log_2(3x^2 + 2x - 1)$

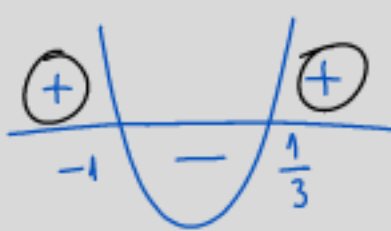
$$\text{Dom}_f: 3x^2 + 2x - 1 > 0$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{6}$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$x_{1/2} = \frac{-2 \pm 4}{6} \begin{cases} \frac{-2-4}{6} = \frac{-6}{6} = -1 \\ \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{cases}$$



$$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{Dom}_f = (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)}$$

* ПАРНОСТ ФУНКЦИЈЕ $y = f(x)$

→ Ф-ЈА ЈЕ ПАРНА $\Leftrightarrow (\forall x \in \text{Dom}_f) f(-x) = f(x)$

→ Ф-ЈА ЈЕ НЕПАРНА $\Leftrightarrow (\forall x \in \text{Dom}_f) f(-x) = -f(x)$

* НУЛЕ Ф-ЈЕ: $f(x) = 0$

* ПРЕСЕК СА y -ОСОМ: $(?) f(0)$

2. а) $y = 6 - 3x^{18}$

б) $y = 7^{x+3}$

в) $y = \sqrt{4-x^2}$

г) $y = \sin^3 x$

а) ДОМЕН: $\text{Dom}_f = \mathbb{R}$

ПАРНОСТ:

$$f(x) = 6 - 3x^{18}$$

$$f(-x) = 6 - 3(-x)^{18} = 6 - 3x^{18} = f(x)$$

\Rightarrow Ф-ЈА ЈЕ ПАРНА.

НУЛЕ: $f(x) = 0$

$$6 - 3x^{18} = 0 \quad | :3$$

$$2 - x^{18} = 0$$

$$x^{18} = 2$$

$$x = \pm \sqrt[18]{2}$$

ПРЕСЕК СА y -ОСОМ:

$$f(0) = 6 - 3 \cdot 0^{18} = 6$$

$$P(0, 6)$$

б) $f(x) = 7^{x+3}$

$$\text{Dom}_f = \mathbb{R}$$

ПАРНОСТ: $f(-x) = 7^{-x+3} = 7^{-(x-3)} \neq f(x) \Rightarrow$ НИЈЕ ПАРНА

$$-f(x) = -7^{x+3} \neq f(-x) \Rightarrow$$
 НИЈЕ НЕПАРНА

НУЛЕ: $f(x) = 0$

$$7^{x+3} = 0$$

\Rightarrow НЕ ПОСТОЈЕ

НУЛЕ ДАТЕ Ф-ЈЕ

ПРЕСЕК СА y -ОСОМ: $f(0) = 7^{0+3} = 7^3$

$$P(0, 7^3)$$