ВИСОКА ТЕХНИЧКА ШКОЛА СТРУКОВНИХ СТУДИЈА
COLLEGE OF APPLIED TECHNICAL SCIENCES
http://www.vtsnis.edu.rs
e-mail: info@vtsnis.edu.rs

01.07.2019.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА СА ПРИЈЕМНОГ ИСПИТА ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Задатак 1.

Упрошћен израз $\frac{x^2-x-1}{x-1} : \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x^2-1}\right)$ има вредност:

а) $\frac{x+1}{x^2-x-1}$; б) 1 ; в) $\frac{x^2-x-1}{2}$; г) x .

Решење:

Уз услове да је $x+1 \neq 0$ и $x-1 \neq 0$, односно, $x \neq -1$ и $x \neq 1$, дати израз једнак је:

$$\frac{x^2-x-1}{x-1} : \left(\frac{1}{x+1}^{(\cdot(x-1)} + \frac{1}{x-1}^{(\cdot(x+1)} + \frac{2}{x^2-1}\right) = \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{x-1+x+1+2}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{2x+2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} =$$

$$= \frac{x^2-x-1}{x-1} : \frac{2}{x-1} = \frac{x^2-x-1}{2} .$$

Тачно решење задатка је под **в)** $\boldsymbol{\frac{x^2-x-1}{2}}$.

Задатак 2.

Упрошћен израз $\frac{\sin 2x + \cos 2x - 1}{1 - \sin 2x}$ има вредност:

а) $\cos x - \sin x$; б) $\frac{2\sin x}{\cos x - \sin x}$; в) $\sin x$; г) 1 .

Решење:

Уз услове да је $\cos x - \sin x \neq 0$, односно, $\cos x \neq \sin x$, што је испуњено за $x_1 \neq \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ и $x_2 \neq \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, дати израз једнак је:

$$\frac{\sin 2x + \cos 2x - 1}{1 - \sin 2x} = \frac{2\sin x \cos x + \cos^2 x - \sin^2 x - \cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x - 2\sin x \cos x} =$$

$$= \frac{2\sin x \cos x - 2\sin^2 x}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{2\sin x\,(\cos x - \sin x)}{(\cos x - \sin x)^2} = \frac{2\sin x}{\cos x - \sin x} .$$

Тачно решење задатка је под **б)** $\boldsymbol{\frac{2\sin x}{\cos x - \sin x}}$.

Задатак 3.
Квадрат збира свих реалних решења једначине $\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2$ је:

а) 36 ; б) 26 ; в) 6 ; г) 16 .

Решење:

Уз услове дефинисаности квадратних корена, $3x+1\geq 0$ и $x-1\geq 0$, односно, $x\geq -\frac{1}{3}$ и $x\geq 1$ што оба услова испуњава кад је $x\geq 1$, дата једначина је еквивалентна:

$$\sqrt{3x+1}-\sqrt{x-1}=2 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{3x+1}=2+\sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \ 3x+1=4+4\sqrt{x-1}+x-1 \quad \Leftrightarrow \quad 2x-2=4\sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow \quad x-1=2\sqrt{x-1} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2-2x+1=4x-4 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-6x+5=0 \ .$$

Коришћењем Виетове формуле важи да је $x_1+x_2=6$, па је $(x_1+x_2)^2=36$.

Тачно решење задатка је под **а) 36 .**

Задатак 4.
Странице правоуглог троугла су чланови аритметичког низа са разликом $2cm$. Обим и површина тог троугла једнаки су:

а) $O=12cm$, $P=24cm^2$; б) $O=24cm$, $P=24cm^2$; в) $O=12cm$, $P=12cm^2$; г) $O=24$, $P=48$.

Решење:

Странице правоуглог троугла су чланови аритметичког низа са разликом $2cm$ па важи релација: $a=b-2cm$, b , $c=b+2cm$. Применом Питагорине теореме можемо израчунати странице правоуглог троугла:

$$(b+2)^2=(b-2)^2+b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2+4b+4=b^2-4b+4+b^2 \quad \Leftrightarrow \quad b^2-8b=0 \quad \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \quad b\,(b-8)=0.$$

Како је b страница троугла, једино прихватљиво решење је $b=8cm$, одакле је $a=6cm$ и $c=10cm$. Обим и површина тог троугла биће једнаки:

$$O=a+b+c=6cm+8cm+10cm=24cm\,, \qquad P=\frac{ab}{2}=\frac{6cm\cdot 8cm}{2}=24cm^2 \ .$$

Тачно решење задатка је под **б) $O=24cm$, $P=24cm^2$.**

Задатак 5.
У ваљак са површином базиса $36\pi\ cm^2$ и запремином $360\pi\ cm^3$ уписана је правилна призма чија је основа многоугао са збиром унутрашњих углова 720°. Површина и запремина те призме су:

а) $P = 36(3\pi + 10)cm^2$, $V = 540\pi\ cm^3$; б) $P = 27(2\sqrt{3} + 14)cm^2$, $V = 270\sqrt{3}\ cm^3$; в) $P = 36(3\sqrt{3} + 10)cm^2$, $V = 540\sqrt{3}cm^3$; г) $P = 27(2\pi + 14)cm^2$, $V = 270\pi cm^3$.

Решење:

Из услова да је површина базиса ваљка $B_v = r^2\pi = 36\pi\ cm^2$, добија се $r = 6cm$, а из услова да је запремина ваљка $V_v = r^2\pi H = 360\pi cm^3$, добија се $H = 10cm$.
Како је основа призме многоугао са збиром унутрашњих углова 720°, важи да је:
$S_n = (n-2)\cdot 180^\circ = 720^\circ$, одакле се добија да је $n = 6$, односно да је у основи призме правилни шестоугао и да је $r = a$. Тада су површина и запремина уписане призме у ваљак једнаке:

$$P = 2B + M = 2\cdot 6\cdot \frac{(6cm)^2\sqrt{3}}{4} + 6\cdot 6cm\cdot 10cm = 108\sqrt{3}\ cm^2 + 360cm^2 = 36\left(3\sqrt{3} + 10\right)cm^2,$$

$$V = B\cdot H = 6\cdot \frac{(6cm)^2\sqrt{3}}{4}\cdot 10cm = 540\sqrt{3}cm^3.$$

Тачно решење задатка је под **в)** $\boldsymbol{P = 36\left(3\sqrt{3} + 10\right)\ cm^2}$, $\boldsymbol{V = 540\sqrt{3}cm^3}$.

Комисија за полагање пријемног испита
на ВТШ Ниш